

ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE METODOLOGIAS DE FLUJO DE POTENCIA EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION

GABRIEL ANGEL GUTIERREZ MONSALVE

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA
PEREIRA
2008**

**ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE METODOLOGIAS DE FLUJO DE POTENCIA
EN SISTEMAS DE DISTRIBUCION**

GABRIEL ANGEL GUTIERREZ MONSALVE

Trabajo de grado para optar por el título de Ingeniero Electricista

Director

M. Sc. ALEJANDRO GARCES RUIZ

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE INGENIERÍAS
PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA
PEREIRA
2008**

ABRIL DE 2008

Nota de aceptación:

M. Sc. Alexander Molina C.

Firma del Jurado

M. Sc. Alejandro Garcés Ruiz

Firma del Director

RESUMEN

Este trabajo contiene un estudio comparativo entre diferentes metodologías de flujo de potencia para sistemas eléctricos de distribución. Inicialmente se realiza una descripción de cada una de las metodologías, posteriormente se realiza una serie de pruebas en las que se tiene en cuenta el tiempo de calculo, las iteraciones requeridas por cada método, entre otros aspectos de interés. Finalmente se comparan las diferentes metodologías, para así determinar cual es la metodología mas apropiada para cada problema.

ABSTRACT

This paper provides a comparative study between many power flow methodologies used in electric distribution systems. Initially, It's made a description of each methodologie. Next, these are made tests where calculation time, iterations and other aspects of interest are taken into account based on some test systems. Finally, It's made a comparison between the methodologies in order to determine the most appropriated load flow algorithm for each problem.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer en forma muy especial a mi profesor supervisor M. Sc. Alejandro Garcés R. por su disposición a atender mis consultas y dudas.

A los profesores de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, por su Valiosa colaboración.

A mi familia por su apoyo incondicional.

A la Universidad Tecnológica de Pereira por su respaldo brindado.

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCION.....	19
1.1.	OBJETIVO GENERAL.....	21
1.2.	OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	21
1.3.	JUSTIFICACION.....	22
1.4.	ESTRUCCTURA DEL TRABAJO.....	22
2.	FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJO DE POTENCIA.....	24
2.1.	GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCION.....	28
2.2.	CLASIFICACION DE LOS METODOS DE FLUJO DE CARGA.....	31
3.	METODOS TRADICIONALES DE FLUJO DE POTENCIA.....	34
3.1.	MÉTODO DE GAUSS–SEIDEL.....	34
3.1.1.	Algoritmo de Gauss–Seidel.....	37
3.2.	MÉTODO DE NEWTON RAPHSON.....	40
3.2.1.	Método de solución de Newton Raphson.....	40
3.2.2.	Algoritmo de Newton Raphson.....	45
3.3.	METODO DE NEWTON RAPHSON DESACOPLADO RAPIDO.....	48
3.3.1.	Algoritmo de Newton Raphson desacoplado Rápido.....	54

4.	METODOS DE FLUJO DE POTENCIA DE BARRIDO.....	56
4.1.	MÉTODO DE SUMA DE CORRIENTES.....	57
4.1.1.	Barrido hacia arriba.....	60
4.1.2.	Actualización del nodo Slack.....	61
4.1.3.	Barrido hacia abajo.....	62
4.1.4.	Algoritmo de Suma de Corrientes.....	63
4.2.	METODO DE SUMA DE POTENCIAS.....	66
4.2.1.	Algoritmo de Suma de Potencias.....	68
4.3.	METODO MODIFICADO DE NEWTON PARA SISTEMAS RADIALES.....	70
4.3.1.	Algoritmo de Newton Modificado para sistemas radiales.....	73
5.	OTROS METODOS DE FLUJO DE POTENCIA.....	76
5.1.	METODO DE RAJICIC–BOSE.....	76
5.1.1.	Algoritmo de Racijic–Bose.....	79
5.2.	METODO DE LA CADENA.....	82
5.2.1.	Caso particular de un único alimentador.....	85
5.2.2.	Algoritmo de la Cadena.....	87
5.3.	METODO DE ROTACION DE EJES.....	90
5.3.1.	Algoritmo de Rotación de Ejes.....	92
5.4.	METODO BASADO EN LA FORMULACION DE LA Y_{BUS}	95
5.4.1.	Aalgoritmo Basado en la Formulación de la Y_{BUS}	99

6.	RESULTADOS.....	102
6.1.	BASES DE DATOS UTILIZADAS.....	103
6.2.	TIEMPO DE CALCULO SEGÚN EL METODO UTILIZADO.....	103
6.3.	TIEMPO DE CALCULO AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS.....	106
6.4.	NUMERO DE ITERACIONES AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS.....	112
6.5.	NUMERO DE ITERACIONES AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS ANTE VARIACIONES DE LA TOLERANCIA.....	117
6.6.	COMPORTAMIENTO DEL NUMERO DE ITERACIONES ANTE VARIACIONES DE LA CARGA.....	125
6.7.	TIEMPO DE CALCULO AL TRABAJAR CON MATRICES DISPERSAS.....	130
6.8.	TIEMPO DE CALCULO ANTE VARIACIONES EN EL MODELO DE LA CARGA.....	133
6.9.	ANALISIS DE REDES RADIALES COMPUESTAS POR UN UNICO ALIMENTADOR.....	136
6.9.1.	Tiempo de calculo del método de la Cadena con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga.....	136
6.9.2.	Numero de iteraciones requeridas por el método de la Cadena con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga.....	142
6.9.3.	Numero de iteraciones requeridas por el método de la Cadena ante variaciones de la carga con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga...	152

7.	CONCLUSIONES.....	157
7.1.	APORTES.....	161
8.	BIBLIOGRAFIA.....	162
9.	ANEXOS.....	166
ANEXO 1.....		166
9.1.	ALGORITMO DE ORDENAMIENTO NODAL.....	166
9.1.1.	Caso especial.....	171
ANEXO 2.....		173
9.2.1.	Sistema de prueba 4 nodos.....	174
9.2.2.	Sistema de prueba 10 nodos.....	174
9.2.3.	Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.....	174
9.2.4.	Sistema de prueba IEEE de 52 nodos.....	175
9.2.5.	Sistema de prueba IEEE de 135 nodos.....	176
9.2.6.	Sistema de prueba 4 nodos (Un solo alimentador).....	179
9.2.7.	Sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Un solo alimentador).....	179
9.2.8.	Sistema de prueba IEEE de 52 nodos (Un solo alimentador).....	179

LISTA DE TABLAS

Tabla 9.1	Base de datos para el sistema de prueba utilizado como ejemplo.....	168
Tabla 9.2	Base de datos reordenada para el sistema de prueba utilizado como ejemplo	170
Tabla 9.3	Base de datos para el sistema de prueba (caso especial).....	172
Tabla 9.4	Base de datos reordenada para el sistema de prueba utilizado como ejemplo (caso especial).....	173
Tabla 9.5	Sistema de prueba 4 nodos.....	174
Tabla 9.6	Sistema de prueba 10 nodos.....	174
Tabla 9.7	Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.....	174
Tabla 9.8	Sistema de prueba IEEE de 52 nodos.....	176
Tabla 9.9	Sistema de prueba IEEE de 135 nodos.....	178
Tabla 9.10	Sistema de prueba 4 nodos (Un solo alimentador).....	179
Tabla 9.11	Sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Un solo alimentador).....	179
Tabla 9.12	Sistema de prueba IEEE de 52 nodos (Un solo alimentador).....	180

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Potencia activa y reactiva inyectada.....	27
Figura 2.2	Red de distribución típica.....	29
Figura 2.3	Clasificación de los métodos de flujo de carga.....	33
Figura 3.1	Proceso de convergencia del método de Gauss-Seidel.....	35
Figura 3.2	Algoritmo para el método de Gauss-Seidel.....	39
Figura 3.3	Algoritmo para el método de Newton Raphson.....	47
Figura 3.4	Algoritmo para el método de Newton Raphson Desacoplado.....	55
Figura 4.1	Esquema de una red ordenada.....	59
Figura 4.2	Corrientes en un sistema de distribución.....	61
Figura 4.3	Equivalente de red del sistema de distribución.....	62
Figura 4.4	Algoritmo para el método de Suma de Corrientes.....	65
Figura 4.5	Deducción de la ecuación básica del flujo de carga.....	66
Figura 4.6	Algoritmo para el método de Suma de Potencias.....	69
Figura 4.7	Algoritmo para el método de Newton Modificado.....	75
Figura 5.1	Algoritmo para el método de Raciijc–Bose.....	81
Figura 5.2	Análisis de las relaciones básicas.....	82
Figura 5.3	Algoritmo para el método de la Cadena.....	89
Figura 5.4	Rotación de las impedancias un ángulo θ determinado.....	90
Figura 5.5	Algoritmo para el método de Rotación de Ejes.....	94
Figura 5.6	Diagrama unifilar de un sistema radial de distribución.....	95
Figura 5.7	Algoritmo para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS}	101
Figura 6.1	Tiempo de calculo para cada método aplicando la Base de datos de 4 nodos.....	104
Figura 6.2	Tiempo de calculo para cada método aplicando la Base de datos de 10 nodos.....	104

Figura 6.3	Tiempo de calculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 14 nodos.....	105
Figura 6.4	Tiempo de calculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 52 nodos.....	105
Figura 6.5	Tiempo de calculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 52 nodos.....	106
Figura 6.6	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Gauss-Seidel al aplicarlo a diferentes sistemas.....	107
Figura 6.7	Comportamiento del tiempo de calculo para método de Newton Raphson al aplicarlo a diferentes sistemas.....	107
Figura 6.8	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Newton Modificado al aplicarlo a diferentes sistemas.....	108
Figura 6.9	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Corrientes al aplicarlo a diferentes sistemas.....	108
Figura 6.10	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Potencias al aplicarlo a diferentes sistemas.....	109
Figura 6.11	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Rotación de Ejes al aplicarlo a diferentes sistemas.....	109
Figura 6.12	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Racijic-Bose al aplicarlo a diferentes sistemas.....	110
Figura 6.13	Comportamiento del tiempo de calculo para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al aplicarlo a diferentes sistemas.....	110
Figura 6.14	Comportamiento del tiempo de calculo en simultanea para todos los métodos al aplicarlos a diferentes sistemas.....	111
Figura 6.15	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al aplicarlo a diferentes sistemas.....	112
Figura 6.16	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al ser aplicado a diferentes sistemas.....	113
Figura 6.17	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al aplicarlo a diferentes sistemas.....	113
Figura 6.18	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al aplicarlo a diferentes sistemas.....	114

Figura 6.19	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al aplicarlo a diferentes sistemas.....	114
Figura 6.20	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al aplicarlo a diferentes sistemas.....	115
Figura 6.21	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Raci-jic-Bose al aplicarlo a diferentes sistemas.....	115
Figura 6.22	Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al aplicarlo a diferentes sistemas.....	116
Figura 6.23	Comportamiento del numero de iteraciones para todos los métodos al ser aplicados en diferentes sistemas.....	116
Figura 6.24	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la tolerancia.....	117
Figura 6.25	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la tolerancia.....	118
Figura 6.26	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la tolerancia.....	118
Figura 6.27	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la tolerancia.....	119
Figura 6.28	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la tolerancia.....	119
Figura 6.29	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la tolerancia.....	120
Figura 6.30	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la tolerancia.....	120
Figura 6.31	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la tolerancia.....	121
Figura 6.32	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la tolerancia.....	121
Figura 6.33	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la tolerancia.....	122
Figura 6.34	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la tolerancia.....	122

Figura 6.35	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la tolerancia.....	123
Figura 6.36	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la tolerancia.....	123
Figura 6.37	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la tolerancia.....	124
Figura 6.38	Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la tolerancia.....	124
Figura 6.39	Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la tolerancia.....	125
Figura 6.40	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la carga inyectada.....	126
Figura 6.41	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la carga inyectada.....	126
Figura 6.42	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la carga inyectada.....	127
Figura 6.43	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la carga inyectada.....	127
Figura 6.44	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la carga inyectada.....	128
Figura 6.45	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la carga inyectada.....	128
Figura 6.46	Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la carga inyectada.....	129
Figura 6.47	Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la carga inyectada.....	129
Figura 6.48	Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos de 4 Nodos al usar dispersidad.....	130
Figura 6.49	Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos de 10 Nodos al usar dispersidad.....	131
Figura 6.50	Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 14 Nodos al usar dispersidad.....	131

Figura 6.51	Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 52 Nodos al usar dispersidad.....	132
Figura 6.52	Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 135 Nodos al usar dispersidad.....	132
Figura 6.53	Figura 6.53. Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Corrientes ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.....	133
Figura 6.54	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Potencias ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.....	134
Figura 6.55	Numero de iteraciones requeridas para el método de Suma de Corrientes ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.....	135
Figura 6.56	Numero de iteraciones requeridas para el método de Suma de Potencias ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.....	135
Figura 6.57	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de la Cadena aplicado a una red de un solo alimentador.....	137
Figura 6.58	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Gauss–Seidel aplicado a una red de un solo alimentador.....	137
Figura 6.59	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Newton Raphson aplicado a una red de un solo alimentador.....	138
Figura 6.60	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Newton Modificado aplicado a una red de un solo alimentador.....	138
Figura 6.61	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Corrientes aplicado a una red de un solo alimentador.....	139
Figura 6.62	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Suma de Potencias aplicado a una red de un solo alimentador.....	139
Figura 6.63	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Rotación de Ejes aplicado a una red de un solo alimentador.....	140
Figura 6.64	Comportamiento del tiempo de calculo para el método de Racijic–Bose aplicado a una red de un solo alimentador.....	140

Figura 6.65	Comportamiento del tiempo de calculo para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} aplicado a una red de un solo alimentador....	141
Figura 6.66	Comportamiento del tiempo de calculo para todos los métodos aplicados a una red de un solo alimentador.....	141
Figura 6.67	Numero de iteraciones requeridas por el método de La Cadena al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	142
Figura 6.68	Numero de iteraciones requeridas por el método de La Cadena al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	143
Figura 6.69	Numero de iteraciones requeridas por el método de Gauss-Seidel al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	143
Figura 6.70	Numero de iteraciones requeridas por el método de Gauss-Seidel al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	144
Figura 6.71	Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Raphson al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	144
Figura 6.72	Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Raphson al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	145
Figura 6.73	Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Modificado al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	145
Figura 6.74	Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Modificado al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	146
Figura 6.75	Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Corrientes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	146
Figura 6.76	Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Corrientes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	147
Figura 6.77	Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Potencias al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	147
Figura 6.78	Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Potencias al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	148
Figura 6.79	Numero de iteraciones requeridas por el método de Rotación de Ejes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	148
Figura 6.80	Numero de iteraciones requeridas por el método de Rotación de Ejes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	149

Figura 6.81	Numero de iteraciones requeridas por el método de Racijic-Bose al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	149
Figura 6.82	Numero de iteraciones requeridas por el método de Racijic-Bose al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	150
Figura 6.83	Numero de iteraciones requeridas por el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	150
Figura 6.84	Numero de iteraciones requeridas por el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al ser aplicado a una red de un solo alimentador.....	151
Figura 6.85	Numero de iteraciones requeridas por cada uno de los métodos al ser aplicados a una red de un solo alimentador.....	151
Figura 6.86	Numero de iteraciones para el método de La Cadena al variar la carga inyectada en una red de de un solo alimentador.....	152
Figura 6.87	Numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	153
Figura 6.88	Numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	153
Figura 6.89	Numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	154
Figura 6.90	Numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	154
Figura 6.91	Numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	155
Figura 6.92	Numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	155
Figura 6.93	Numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.....	156
Figura 6.94	Numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador..	156
Figura 9.1	Sistema de prueba utilizado como ejemplo.....	166

Figura 9.2	Vector repeticiones.....	167
Figura 9.3	Creación del vector líneas ordenadas.....	168
Figura 9.4	Identificación en el vector repeticiones de una línea ordenada.....	169
Figura 9.5	Ubicación de una nueva línea en el vector líneas ordenadas.....	169
Figura 9.6	Identificación en el vector repeticiones de otra línea ordenada.....	170
Figura 9.7	Ubicación de una nueva línea en el vector líneas ordenadas.....	170
Figura 9.8	Estado final del vector repeticiones y del vector líneas ordenadas.....	171
Figura 9.9	Sistema de prueba utilizado como ejemplo (caso especial).....	171
Figura 9.10	Identificación de líneas que presentas sus conexiones invertidas.....	172

1. INTRODUCCION

El desarrollo de los estudios de flujo de carga ha evolucionado con el paso de los años debido a dos aspectos de gran importancia, el crecimiento de los sistemas eléctricos y la velocidad de cálculo de las computadoras digitales.

Los primeros sistemas eléctricos presentaban muy pocas interconexiones usando una topología radial con un tamaño reducido. El análisis de estos sistemas era relativamente fácil y no se presentaba la necesidad de herramientas de cálculo sofisticadas, impensables para la época. Al comenzar a expandirse los sistemas eléctricos, se observaron las ventajas que se podían obtener al interconectarlos, pero la dificultad para poder analizarlos se hizo evidente, así se generó la necesidad de estudios mucho más complejos para realizar el cálculo de flujo de carga.

Al mismo tiempo avanzó el desarrollo de las computadoras, que se convirtieron en la herramienta fundamental para realizar los análisis de flujo de carga a los complejos sistemas eléctricos que se expandían cada vez más.

La computadora se aplicó por primera vez en el estudio de flujos de potencia en el año de 1947 en el artículo titulado *"Machine computations of power network performance"*, AIEE Transactions, vol. 66, escrito por L.A. Dunstan. Pero su aplicación fue desarrollada de una forma más adecuada por J. Ward y H. Hale, mediante la formulación del problema con una orientación para su programación en una computadora digital, en el artículo *"Digital computer solution of power flow problems"* en el AIEE Transactions, vol 75, 1956.

Las grandes compañías de energía eléctrica se apoyan en programas computacionales de flujo de carga muy elaborados que se ejecutan en potentes computadoras las cuales manejan altas velocidades de cálculo, estos programas están destinados a evaluar las redes interconectadas de alta, mediana y baja complejidad. Mediante estos cálculos computacionales se puede obtener información valiosa relacionada con la operación y el diseño de las redes que se planean construir, al mismo tiempo se facilita la detección de problemas operativos y la realización de análisis post operativos.

El objetivo del estudio de flujo de carga es obtener los voltajes nodales. Conociendo estas variables, se puede determinar los flujos en las líneas del sistema, y en general de los elementos del sistema de transmisión o distribución, dados los niveles de demanda.

Las redes eléctricas se consideran como lineales desde el punto de vista circuital, sin embargo, el modelo matemático para el estudio de flujos de potencia es *no lineal*, esto se debe al hecho de que en su formulación se utiliza de manera explícita la potencia eléctrica, como el producto de $V * I$, las cuales son variables del problema.

Es importante mencionar que las aplicaciones del estudio de flujos de potencia son tan diversas como importantes. Y constituyen la herramienta fundamental para el análisis, la planeación y el diseño, tanto de los sistemas eléctricos, como de la operación y control de los mismos.

Las redes de distribución presentan características muy particulares, que los diferencian de los sistemas de transmisión o de potencia. Este tipo de sistemas generalmente son radiales y de gran tamaño, esto es, el flujo de potencia nace solo de una sola barra, por esta razón estos sistemas eléctricos se compone básicamente de un nodo fuente (Slack) y nodos PQ.

En la actualidad la mayoría de las metodologías de flujo de potencia están orientadas hacia las redes de potencia, existen algunas metodologías de flujo de potencia

aplicables especialmente para sistemas eléctricos de distribución, es por esta razón que se genera la necesidad de desarrollar nuevos estudios que permitan avanzar hacia nuevas metodologías que estén diseñadas en base a las necesidades de este tipo de sistemas.

1.1. OBJETIVO GENERAL

Realizar un estudio comparativo entre diferentes metodologías propuestas recientemente para el cálculo de flujo de potencia en sistemas eléctricos de distribución.

1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- ◆ Estudiar diferentes métodos de flujo de carga en sistemas de distribución formulados en los últimos años, y realizar comparaciones con los métodos clásicos.
- ◆ Programar cada uno de los métodos seleccionados en un lenguaje de programación adecuado.
- ◆ Validar con redes de prueba (tomadas de la literatura especializada, IEEE), cada uno de los métodos que están en estudio.
- ◆ Determinar la eficiencia de los diferentes métodos con respecto al tamaño del problema, al tipo de carga a modelar y a la cargabilidad del sistema.
- ◆ Estudiar los diferentes modelos asociados a la carga y a su implementación en sistemas reales.

1.3. JUSTIFICACION

El análisis mas frecuente en un sistema eléctrico de distribución, lo constituye la determinación del estado de operación en régimen permanente (estado estacionario). En este análisis el aspecto más importante es calcular las tensiones en las distintas barras de la red, flujos de potencia activa y reactiva en todas las líneas, perdidas en los transformadores, entre otros. Estudios como este son de gran importancia para los sistemas existentes como para el diseño de nuevos sistemas.

La creciente necesidad de las empresas de energía por hallar metodologías mas eficientes motiva al desarrollo de algoritmos especializados de análisis para sistemas de distribución, que contemplen cada una de las características que los distinguen del resto de los sistemas eléctricos, como el bajo valor de la relación x/r , suceptancias capacitivas (despreciables en las líneas aéreas de distribución), entre otros.

Por estas razones se hace necesario analizar las diferentes metodologías que han sido propuestas recientemente para el cálculo de flujo de carga, y así determinar para cada una de ellas las circunstancias o condiciones de operación, para las cuales el método presenta el desempeño óptimo.

Este análisis permite al administrador de la red eléctrica de distribución determinar con una mayor facilidad cual es la metodología mas adecuada para calcular el flujo de potencia teniendo en cuenta las condiciones de operación del sistema, y así obtener los resultados en el menor tiempo posible y con la confiabilidad adecuada.

1.4. ESTRUCTURA DEL TRABAJO

Este trabajo se compone de seis capítulos que se encuentran conformados de la siguiente forma:

El capítulo dos se mencionan las generalidades de los sistemas de distribución y la clasificación de los métodos de Flujo de Carga.

En el capítulo tres se encuentra la información acerca de los métodos de Flujo de Carga convencionales. Estas son metodologías tradicionales con las cuales se ha calculado el Flujo de Carga, tanto en sistemas eléctricos de potencia como en sistemas de distribución.

En el capítulo cuatro se halla la teoría relacionada con los métodos de Flujo de Carga de barrido. Estas metodologías hacen uso de la característica radial del sistema, cada una de ellas determina diferentes parámetros al efectuar los barridos y en base a estos se calcula el flujo de Carga.

En el capítulo cinco se encuentran los métodos de flujo de carga para sistemas de distribución que no se pueden clasificar dentro de ninguna de las categorías antes mencionadas.

En el capítulo seis se hallan las pruebas realizadas a cada una de las metodologías de Flujo de Carga estudiadas. Se realizan pruebas relacionadas con el tiempo de cálculo que tarda cada uno de los métodos en hallar la solución, también se puede encontrar pruebas relacionadas con el número de iteraciones que se requieren para obtener la convergencia. Finalmente se presentan las conclusiones.

2. FORMULACION DEL PROBLEMA DE FLUJO DE POTENCIA

En este capítulo se tratarán los métodos clásicos de flujo de carga, pensados inicialmente para sistemas de potencia pero que pueden ser extendidos a sistemas de distribución.

La solución del problema de flujos de potencia es básica para la mayoría de los análisis que se realizan en sistemas eléctricos de potencia. Esto ha tenido como consecuencia que el esfuerzo que se ha dedicado al desarrollo de métodos de solución sea notable. Los métodos de flujo de carga se aplican en la planeación, operación y control de sistemas eléctricos de potencia y distribución, donde los flujos de potencia se resuelven para diferentes casos, por ejemplo, en la evaluación de la seguridad, donde se requiere determinar la operación ante contingencias, o como elemento auxiliar en estudios de reconfiguración de redes de distribución, localización de capacitores en las mismas, o para evaluar las condiciones iniciales en estudios de fallas, entre otros [18].

Si se tiene un sistema eléctrico de distribución en el cual se conocen las cargas en las barras, los parámetros de la red, y se conocen dos de sus cuatro variables características (V , θ , P y Q), se puede determinar el estado de operación del sistema [2].

Los diferentes elementos que conforman una red de distribución están diseñados para operar bajo condiciones de equilibrio, y esta se logra de manera balanceada debido a que la carga en cada una de las barras es igualmente balanceada. Es esta

la razón por la cual el flujo de carga a través de los elementos puede ser calculado mediante un equivalente monofásico. Como la red de distribución es trifásica, se debe descomponer en tres redes de secuencia, denominadas de secuencia positiva, negativa y cero. Pero solo la red de secuencia positiva presenta efecto sobre el flujo de carga en condiciones balanceadas.

Los estudios de flujo de carga son utilizados en la planeación del sistema eléctrico, para determinar las condiciones operativas óptimas. El flujo de carga proporciona información como son los voltajes nodales, flujos de potencia por las líneas, pérdidas entre otros.

Básicamente, el problema de flujos de potencia convencional puede definirse como el cálculo de voltajes nodales y, posteriormente, el de flujos de potencia a través de cada elemento de la red, para valores conocidos de generación y carga nodales en MW y MVar, en un instante de tiempo específico.

La solución del problema puede o no estar sujeta a restricciones de red, tales como límites de generación de potencia activa y reactiva, magnitud de voltajes nodales, así como flujos en elementos, entre otras.

Los métodos clásicos mas empleados para el análisis de flujo de carga son desarrollados en base a la matriz de red Y_{bus} .

Los elementos que componen la matriz Y_{bus} se pueden describir de la siguiente forma:

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} = |Y_{ij}| (\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \quad (2.1)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (2.2)$$

El modelo matemático que se utiliza para solucionar el problema de flujo de carga es expresado en función de los voltajes en las barras, estos voltajes se pueden expresar

en componentes polares o rectangulares, pero usualmente se expresan en forma polar.

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (2.3)$$

La ecuación mediante la cual se relacionan las corrientes inyectadas en las barras en función de los voltajes de las barras, y la matriz Y_{bus} es la siguiente:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{in}V_n = \sum_{n=1}^n Y_{in}V_n \quad (2.4)$$

Si se tiene que P_i y Q_i son las potencias activa y reactiva especificadas en la barra i . Entonces la ecuación que relaciona estas variables con la tensión en la barra i , y la matriz Y_{bus} es:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{n=1}^n Y_{in}V_n \quad (2.5)$$

En forma polar se expresa de la siguiente forma:

$$P_i - jQ_i = \sum_{n=1}^n |Y_{in}V_nV_i| \angle (\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (2.6)$$

El método de flujo de carga debe hallar el conjunto de soluciones (voltajes), que hacen que la potencia calculada sea aproximadamente igual a la potencia especificada en cada barra.

El error de potencia en la barra i se calcula como la diferencia entre la potencia inyectada por el sistema externo e interno, esta diferencia se presenta en el flujo de carga en el cual la potencia del sistema externo es fijada en un valor específico, y la del sistema interno se determina basándose en los voltajes en las barras y en los parámetros de la red, solo hasta que se alcanza el voltaje de equilibrio, las dos

potencias coinciden y el error de potencia será menor que un valor establecido (tolerancia). Los errores de potencia se hallan de la siguiente forma:

$$\Delta P_i = (P_{Gi} - P_{Di}) - P_{i \text{ calc}} = P_{i \text{ prog}} - P_{i \text{ calc}} \quad (2.7)$$

$$\Delta Q_i = (Q_{Gi} - Q_{Di}) - Q_{i \text{ calc}} = Q_{i \text{ prog}} - Q_{i \text{ calc}} \quad (2.8)$$

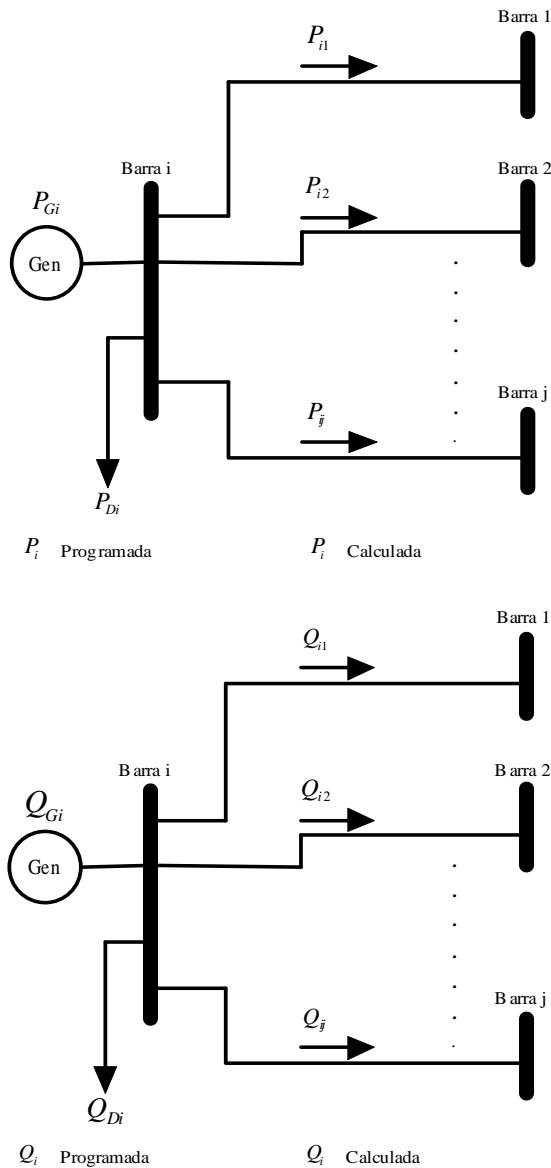


Figura 2.1. Potencia activa y reactiva inyectada.

Si en la barra no existe generación o carga, las potencias programadas equivalen a cero.

ΔP_i y ΔQ_i son los errores de potencia, cuando la potencia programada y la calculada son muy similares entre si, se cumple que:

$$|\Delta P_i| \leq \varepsilon \quad y \quad |\Delta Q_i| \leq \varepsilon \quad (2.9)$$

En este punto se pueden aceptar los voltajes correspondientes como las variables que representan el estado real del sistema.

Las potencias activa y reactiva pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$P_k = G_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \neq k} (G_{km} V_m \cos(\theta_{km}) + B_{km} V_m \sin(\theta_{km})) \quad (2.10)$$

$$Q_k = -B_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \neq k} (G_{km} V_m \sin(\theta_{km}) - B_{km} V_m \cos(\theta_{km})) \quad (2.11)$$

2.1. GENERALIDADES DE LOS SISTEMAS DE DISTRIBUCION

Las redes de distribución presentan características muy particulares, que los diferencian de los sistemas de transmisión o de potencia. Entre estas se distinguen:

- ◆ Topologías radiales.
- ◆ Múltiples conexiones (monofásicas, bifásicas, entre otras).
- ◆ Cargas de distinta naturaleza.
- ◆ Líneas de resistencia comparables a la reactancia.
- ◆ Líneas sin transposiciones.

Los sistemas de distribución son generalmente radiales, esto es, el flujo de potencia nace de una sola barra. Esta barra principal se reconoce como la subestación (Nodo Slack) que alimenta al resto de la red, ver figura 2.2. En la subestación se reduce el voltaje del nivel de alta tensión (A.T.), al de media tensión (M.T.).

Generalmente se utiliza para el control de tensión en el lado de M.T. un transformador con regulador de tensión (Taps) o en su defecto un banco de condensadores. El cambiador automático de derivaciones en transformadores de potencia AT/MT de sistemas de distribución permite realizar el cambio de derivaciones con carga conectada (Load Tap Changer, LTC, o Cambiador de Derivaciones Bajo Carga, CDBC). La tensión en barras de M.T. de la subestación oscila normalmente entre 1 y 1.05 en p.u, por efecto del compensador por caída de línea que posee el sistema de control de CDBC. En las horas de pico fluye mayor corriente por las líneas, lo que provoca una mayor caída de tensión en las mismas. Este problema se atenúa en parte con el compensador de caída de línea que eleva la tensión en barras de la subestación de potencia en estas horas.

La distribución se efectúa luego en el nivel de media tensión (M.T.) o en baja tensión (B.T.), dependiendo del tipo de usuario a alimentar. Los usuarios residenciales o comerciales se alimentan en B.T. Los industriales se alimentan en M.T. o en B.T., según los requerimientos particulares de cada uno de ellos.

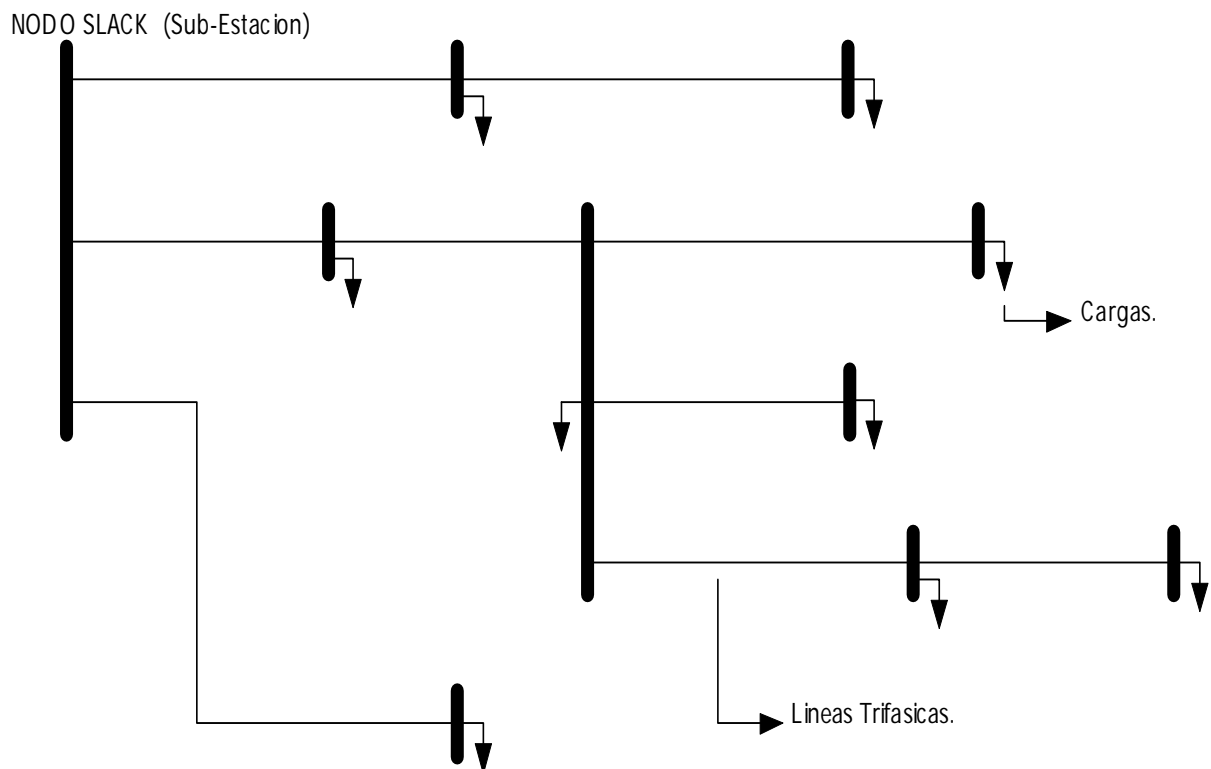


Figura 2.2. Red de distribución típica.

En los sistemas de distribución se pueden encontrar diferentes tipos de conexiones: trifásicas, bifásicas o monofásicas. Si bien es cierto en M.T. predominan las redes trifásicas es frecuente encontrar cargas bifásicas, especialmente en zonas rurales. Sin embargo, en B.T. es donde se encuentran las más variadas conexiones, consecuencia de una mayoría de cargas residenciales de naturaleza monofásicas. Los desequilibrios que se generan en B.T. tratan de amortiguarse repartiendo equitativamente las cargas en las tres fases. En este trabajo se emplearan sistemas que operan con cargas equilibradas.

Otro aspecto importante de los sistemas de distribución es la presencia de cargas de distinta naturaleza. Los tipos de carga que comúnmente se encuentran son: residenciales, comerciales, industriales y agro-industriales. Cada una de estas se caracteriza por poseer un factor de potencia particular y un determinado comportamiento frente a las variaciones de tensión, y temperatura.

Contrariamente a lo que sucede en sistemas de transmisión, en distribución la resistencia de las líneas es comparable a su reactancia. Generalmente la razón X/R tiene un amplio rango de variación, pudiendo llegar a ser bastante menor que 1.

Los sistemas de distribución son esencialmente radiales y no presentan nodos PV. Este tipo de sistemas eléctricos se compone básicamente de un nodo fuente (Slack) y nodos PQ.

En los sistemas de distribución no existen transposiciones. La causa es que en estos sistemas las líneas son cortas (menos de 50 Km.) [15]. Esto permite que las caídas de tensión debido a los acoplamientos entre las fases sean desequilibradas. Por esta causa, el modelamiento mas acertado de las líneas es a través de una matriz simétrica llena, de 3×3 . Sin embargo, en múltiples aplicaciones es posible hacer un modelamiento monofásico equivalente como el que se presenta.

2.2. CLASIFICACION DE LOS METODOS DE FLUJO DE CARGA

Los métodos de Flujo de Carga en sistemas de distribución se pueden clasificar en tres grupos, a saber:

1. Métodos de Flujo de Carga convencionales.

Estas son metodologías diseñadas en forma general, que pueden ser aplicadas tanto en sistemas eléctricos de potencia, como en sistemas de distribución. Entre los métodos de Flujo de carga convencionales se encuentran:

- ◆ Método de Gauss-seidel:

Este método presenta la desventaja de que no siempre converge a una solución, o de que a veces converge muy lentamente, especialmente cuando la matriz Y_{BUS} no es diagonalmente dominante [4].

- ◆ Método de Newton Raphson:

Este es un método muy confiable, más rápido desde el punto de vista computacional y más económico en los requisitos de almacenamiento de información. Se basa en la expansión en series de Taylor para una función de dos o más variables para resolver el problema de flujos de potencia [1].

- ◆ Método de Newton Raphson Desacoplado Rápido:

Para sistemas de transmisión de potencia de gran escala, representa una alternativa para mejorar la eficiencia computacional y reducir los requerimientos de memoria [1].

Cabe anotar que la metodología de Newton Raphson Desacoplado Rápido fue diseñada básicamente para ser aplicada en sistemas eléctricos de potencia, sin embargo, se puede modificar para adaptarse a las características de los sistemas de distribución.

2. Métodos de Flujo de Carga de barrido.

Existen métodos que aprovechan la característica radial de los sistemas de distribución. Sus algoritmos están basados en un barrido atrás/adelante sobre un sistema escalonado, denominados métodos de barrido. Entre los métodos de Flujo de Carga de barrido se encuentran:

- ◆ Método de Suma de Corrientes:

Este método hace uso de manera separada de la primera y segunda ley de Kirchhoff y de la relación V/i [7].

- ◆ Método de Suma de Potencias:

El método de *Suma de Potencias* se basa en resolver para cada rama del sistema la ecuación (4.26) [8].

- ◆ Método de Newton Modificado:

Esta basado en que la matriz jacobiana presenta la forma UDU^T , donde U es una matriz triangular superior constante, y depende de la topología de la red, y D es una matriz diagonal [9].

3. Otros métodos de Flujo de Carga.

Existen otras metodologías para el cálculo de Flujo de Carga en sistemas de distribución, que pueden presentar características similares a las metodologías convencionales y de las de barrido, deben estar contenidas en una categoría diferente:

- ◆ Método de Racijic-Bose:

Es una versión modificada del método de Newton Raphson Desacoplado Rápido [10].

♦ Método de La Cadena:

Este método se basa en el hecho de que las redes radiales después de ser ordenadas, la inversa de la matriz Jacobiana correspondiente, no genera elementos de relleno, así que el proceso de inversión puede efectuarse en función de la disposición topológica de la red [11].

♦ Método de Rotación de ejes:

Se basa en un flujo de carga usando Newton Raphson Desacoplado Rápido (NRDR), pero con algunas pequeñas modificaciones. El NRDR no converge cuando se utilizan tablas de datos de sistemas eléctricos de distribución, por la relación X/R que se presenta en estos sistemas [13].

♦ Método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} :

Esta metodología fue propuesta por Young-Hyun Moon, Byoung-Kon Choi, Se-Ho Kim, Bok-Nam Ha y Jung-Ho Lee en un artículo de la IEEE en Mayo de 1999 [14].

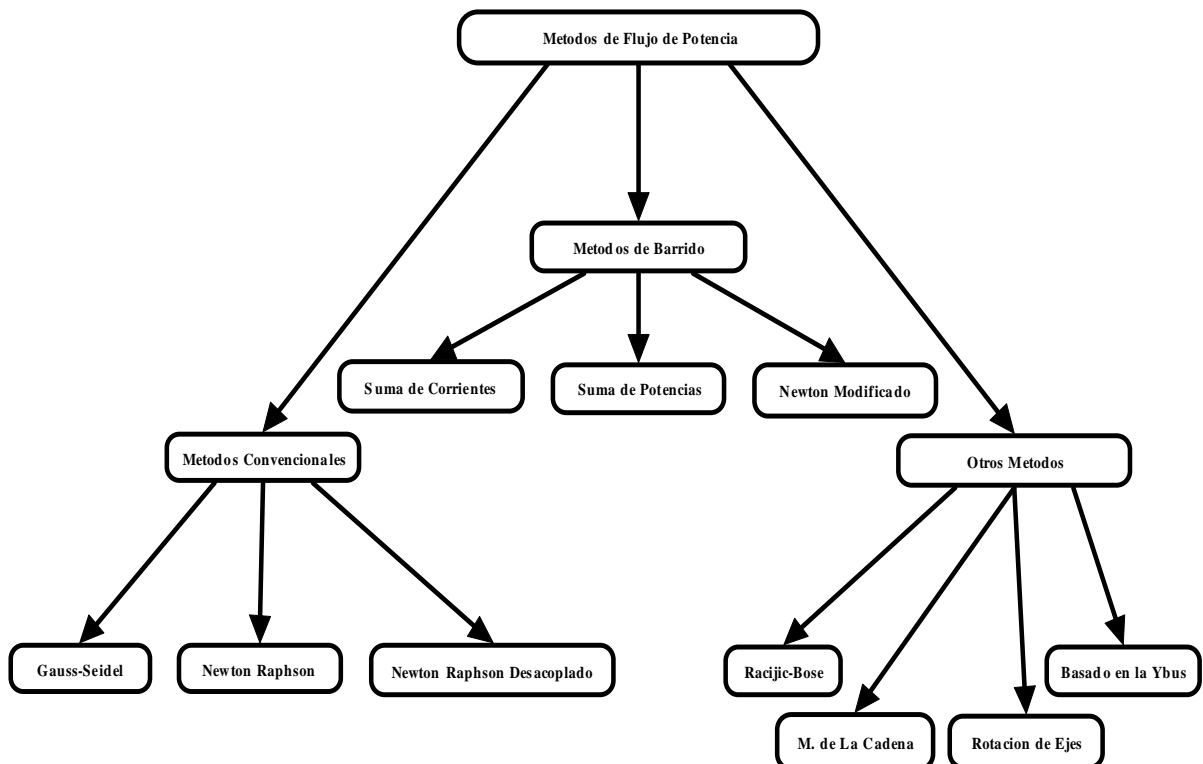


Figura 2.3. Clasificación de los métodos de flujo de carga.

3. METODOS TRADICIONALES DE FLUJO DE POTENCIA

Los métodos tradicionales de flujo de carga como Gauss-Seidel, Newton Raphsón, entre otros, son metodologías diseñadas especialmente para ser aplicadas en sistemas eléctricos de potencia, pero mediante algunas adaptaciones pueden ser usados en sistemas de distribución.

En el desarrollo de este capítulo se presentaran las ecuaciones que manejan los métodos de flujo de carga convencionales y se podrá observar el algoritmo mediante el cual se efectúa el cálculo del flujo de carga.

3.1. MÉTODO DE GAUSS–SEIDEL

Existen varias técnicas que se pueden utilizar, para resolver un número elevado de ecuaciones simultáneas [4].

Una de las más útiles es el método de *Gauss-Seidel*. No obstante se debe tener en cuenta que este método presenta la desventaja que no siempre converge a una solución, o que a veces converge muy lentamente.

Este método presentara convergencia a una solución, cuando la magnitud del coeficiente de una incógnita diferente en cada ecuación del conjunto, sea suficientemente dominante con respecto a las magnitudes de los otros coeficientes de esa ecuación.

Es difícil determinar el margen mínimo por el que ese coeficiente debe dominar a los otros para asegurar la convergencia, y es aún más difícil calcular la velocidad de la convergencia para alguna combinación de valores de los coeficientes cuando esa convergencia existe.

Cuando el valor absoluto del coeficiente dominante para una incógnita diferente para cada ecuación es mayor que la suma de los valores absolutos de los otros coeficientes de esa ecuación, la convergencia está asegurada. Ese conjunto de ecuaciones simultáneas lineales se conoce como sistema diagonal.

Un sistema diagonal es condición suficiente para asegurar la convergencia pero no es condición necesaria.

El método de Gauss-Seidel se considera un método finito para el caso lineal. Al realizar un número finito de operaciones, y en ausencia de errores de redondeo, se halla x^* solución del sistema $Ax = b$. Sin embargo, cuando el sistema es no lineal el número de iteraciones puede ser considerable, llegando incluso a la divergencia como se muestra en la figura 3.1.

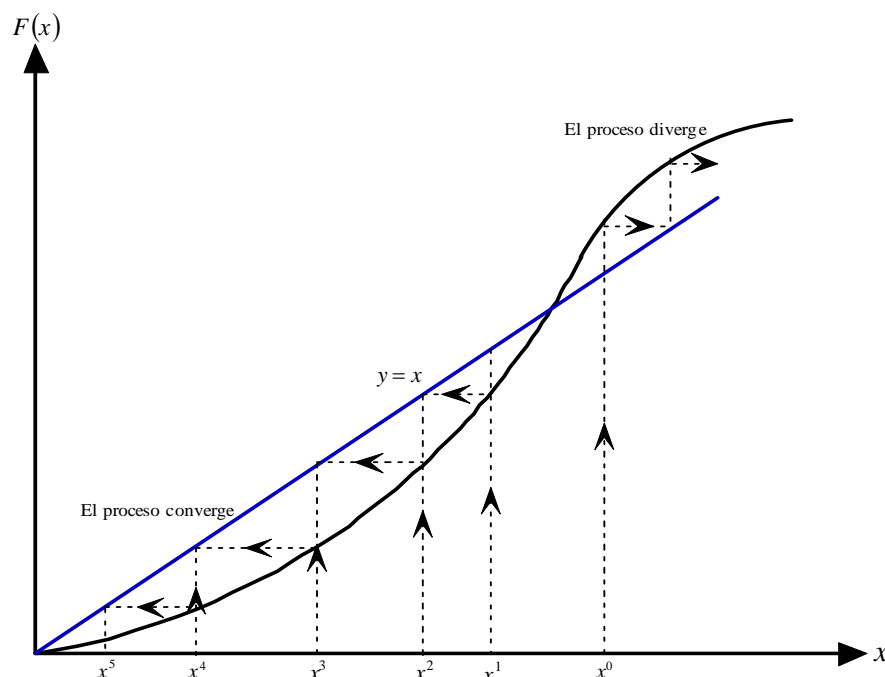


Figura 3.1. Proceso de convergencia del método de Gauss-Seidel.

Inicialmente se debe proponer un vector solución, para el caso de flujo de potencia en sistemas de distribución se asume una tensión de $1\angle 0^\circ$ en todas las barras del sistema, excepto en el nodo Slack, donde la tensión es un dato. Una de las ecuaciones es usada para obtener el valor mejorado de una variable particular, sustituyendo los valores de las variables restantes, conocidas hasta ese momento. El vector solución se actualiza inmediatamente respecto a esa variable. El proceso se debe repetir para cada uno de los nodos, hasta completar una *iteración*, así mismo, el proceso iterativo se debe repetir hasta que el vector solución converge a una precisión predeterminada.

Se explicara entonces el funcionamiento del método de Gauss-Seidel aplicado a sistemas de distribución, donde solo se presentan nodos *PQ* y el nodo compensador. Las ecuaciones de cada barra, dependerán de la ecuación del voltaje de esa barra, en función de los voltajes de las barras vecinas a esta, y de la potencia inyectada en dicha barra. Las ecuaciones de voltaje se expresan como se indica a continuación.

Para la *i-esima* barra, la corriente inyectada se obtiene así:

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad (3.1)$$

Se sabe que la corriente de la barra esta dada por la ecuación (2.4).

Despejando de (3.1) I_i y sustituyendo en (2.4) se obtiene:

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{ii}V_i + \dots + Y_{in}V_n = \sum_{k=1}^n Y_{ik}V_k = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} \quad (3.2)$$

De la ecuación (3.2) se despeja el voltaje de la barra, o sea V_i , con lo que:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n Y_{ik} V_k \right] \quad (3.3)$$

En las expresión (3.5), es importante enfatizar la anotación a la derecha de dichas expresiones, es decir, existe un termino en la suma para cada valor de i , menos para $i = k$, que corresponde al índice del voltaje despejado. También hay que observar que los valores que toma k , corresponden a barras que están conectadas a la barra i , por lo que aun cuando el rango se especifica como $i = 2, \dots, n$, no necesariamente dicho índice incluirá los valores que se muestran. Por lo que algunas posiciones de la Y_{BUS} sean iguales a cero. La barra compensadora *no requiere* de ecuación de voltaje, debido a que este se especifica, por lo que no constituye una incógnita.

La ecuación (3.3) es la base del algoritmo de Gauss-Seidel. Ahora se debe incluir en esta expresión los superíndices que especifiquen con precisión, las variables que deberán usarse en función del método de Gauss-Seidel.

Si se usa un superíndice para expresar la iteración asociada al valor de cada variable, se obtiene a partir de (3.3):

$$V_i^{(l+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(l)})^*} - \sum_{k=1}^{i-1} Y_{ik} V_k^{(l+1)} - \sum_{k=i+1}^n Y_{ik} V_k^{(l)} \right] \quad (3.4)$$

Es importante resaltar que en (3.4), el voltaje de la barra 1 no tiene superíndice debido a que este voltaje corresponde a la barra compensadora y como tal no cambia su valor por que en esa barra, el voltaje, tanto en magnitud y angulo, se especifica.

3.1.1. Algoritmo de Gauss-Seidel

Los pasos que caracterizan este algoritmo son:

1. Con la demanda (P_{Di}, Q_{Di}) conocida, si existen barras con generadores conectados a ellas, se debe especificar sus potencias generadas P_{Gi} y Q_{Gi} . Con lo anterior, se conocen las inyecciones de potencias en todas la barras (PQ) , menos en la compensadora.
2. *Construir la matriz Y_{BUS}* . En el análisis de flujos de potencia se usa solamente la red de secuencia positiva, por lo que no existen elementos acoplados magnéticamente en dicha red.
3. *Calculo iterativo de los voltajes de barra $(V_i \quad i = 2, \dots, n)$* . Para iniciar el proceso iterativo, se supone un conjunto inicial de voltajes. Es practica común en sistemas de potencia y distribución suponer lo que se denomina un “arranque plano”, que consiste de suponer un valor inicial de los voltajes de 1.0 por unidad y un angulo de cero grados.

El proceso iterativo continúa con la aplicación de la ecuación (3.4) hasta que el cambio en magnitud del voltaje de barra $|\Delta V_i^{(l+1)}|$ entre dos iteraciones consecutivas, sea menor que una cierta tolerancia, para todos los voltajes de barra, esto es:

$$|\Delta V_i^{(l+1)}| = |V_i^{(l+1)} - V_i^{(l)}| < \varepsilon \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (3.5)$$

4. *Calculo de la potencia del bus compensador*. Con los voltajes obtenidos en el paso 3, junto con V_1 variable conocida, se obtiene la potencia entregada por el sistema:

$$P_1 - jQ_1 = V_1^* \sum_{k=1}^n Y_{1k} V_k \quad (3.6)$$

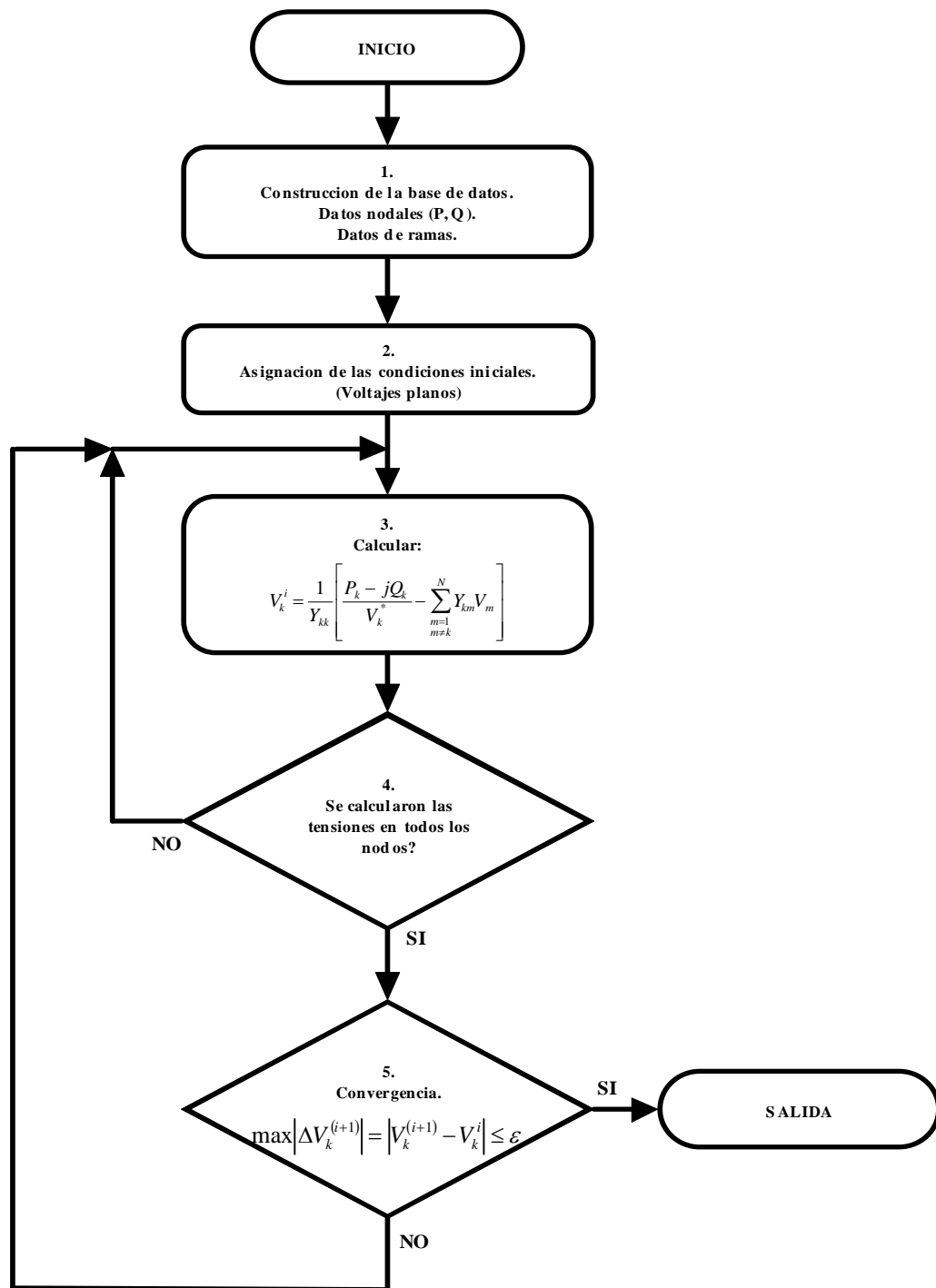


Figura 3.2. Algoritmo para el método de Gauss-Seidel.

3.2. MÉTODO DE NEWTON RAPHSON

El método de *Newton Raphson* es un método diseñado especialmente para ser aplicado en sistemas eléctricos de potencia, pero puede ser usado en sistemas de distribución [1].

Este es un método muy confiable en su convergencia, más rápido desde el punto de vista computacional y más económico en los requisitos de almacenamiento de información.

Se basa en la expansión en series de Taylor para una función de dos o más variables para resolver el problema de flujos de potencia.

3.2.1. Método de solución de Newton Raphson

El sistema de ecuaciones linealizado se escribe en forma completa como (3.7) y en su forma compacta como (3.8).

Al vector \tilde{D} se le llamo el vector de desajustes, también llamado vector de residuos por algunos autores. Este vector representa la diferencia entre los términos independientes de cada ecuación, y el valor de dichos términos en función de las incógnitas. Al vector \tilde{C} se le denomina vector de correcciones, contiene los valores que hay que agregar a las incógnitas de la *k-esima* iteración para mejorar (corregir) el valor anterior, en función del cual se calcularon dichos valores.

La formulación del método de Newton Raphson es directa, en esencia el problema de flujos consiste en calcular los voltajes nodales de la red, tomando en cuenta una serie de restricciones, que en su expresión más simple, consiste de inyecciones de potencia conocidas. Dichas inyecciones constituyen las variables y de (3.7), mientras que las funciones evaluadas en los valores de las incógnitas obtenidas en la iteración *k-esima*, son las expresiones de las potencias.

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ y_2 - f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \dots \\ y_n - f_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_k & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Big|_k & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Big|_k \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Big|_k & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_k & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Big|_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \Big|_k & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \Big|_k & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \Big|_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^k \\ \Delta x_2^k \\ \dots \\ \Delta x_n^k \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$[J]C = D \quad (3.8)$$

Los elementos de dicho vector de desajustes será igual a:

$$f_{pi}(|V|, \delta) = P_i(\text{especificada}) - P_i(\text{calculada}) = \Delta P_i \quad (3.9)$$

$$f_{qi}(|V|, \delta) = Q_i(\text{especificada}) - Q_i(\text{calculada}) = \Delta Q_i \quad (3.10)$$

Donde las expresiones que definen a P_i y a Q_i son las siguientes:

$$\begin{aligned} P_i &= |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| |Y_k| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ Q_i &= |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| |Y_k| \sin(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3.11)$$

Por otro lado el vector de correcciones esta compuesto por $\Delta |V_i|$ y $\Delta \delta_i$.

Se puede así observar la formulación general del problema de flujos de potencia en el método de Newton Raphson, es decir, se puede observar la ecuación (3.7) en términos de las variables del problema de flujos de potencia la ecuación (3.12).

Donde se muestran detalladamente los renglones que corresponden a la i -ésima barra, en el vector de desajustes, y su interacción con la m -ésima barra, en el vector de correcciones. Los elementos de la matriz Jacobiana muestran los elementos correspondientes a dicha interacción.

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & & & & & & & \\ & \cdot & & & & & & \\ & & \cdot & & & & & \\ & & & \cdot & & & & \\ & & & & \cdot & & & \\ & & & & & \cdot & & \\ & & & & & & \cdot & \\ & & & & & & & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial P_i}{\partial \delta_m} \quad \frac{\partial P_i}{\partial |V_m|} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_m} \quad \frac{\partial Q_i}{\partial |V_m|} \\ \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_m \\ \Delta |V_m| \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Se observa que en el caso de los barras PQ , se asignan ambos elementos en el vector de desajustes, ya que se conocen las inyecciones de potencia real y reactiva. En las barras PQ , son incógnitas la magnitud y el ángulo de voltaje, por esta razón ambos aparecerán en el vector de correcciones, para este tipo de barra. De esta forma resultan dos ecuaciones para cada barra PQ .

El número de ecuaciones que conforman el modelo matemático de flujos de potencia en el Newton Raphson será: $2n_{pq} = 2(n-1)$. Para el nodo compensador no existe la necesidad de escribir ecuación, ya que no se conocen las inyecciones de potencia y además la magnitud y el ángulo de voltaje en esta barra no son una incógnita.

La formulación anterior se conoce como *formulación polar*, debido a que las variables se expresan en forma polar. Existe otra formulación, denominada *formulación rectangular*, sin embargo no es tan popular como la formulación polar, debido a que esta es más eficiente en general.

A continuación se desarrollan las expresiones correspondientes a los elementos del vector de desajustes y de la matriz Jacobiana.

Inicialmente se define el formato polar de voltajes y admitancias: $V_i = |V_i| \angle \delta_i$,
 $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$.

Las expresiones de las cantidades que forman el vector de desajustes se definieron previamente, ecuaciones (3.9), (3.10) y (3.11), las cuales al ser combinadas dan como resultado las expresiones finales, ecuaciones (2.7) y (2.8).

Se debe notar que el término $|V_i|$ se introdujo dentro de la suma, debido a que el índice de esta es k , y por lo tanto no se produce ninguna alteración realmente en la expresión.

Para desarrollar la expresión de la matriz Jacobiana, se definen las variables matriciales del modelo como se indica:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \dots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H] & : & [N] \\ \dots & : & \dots \\ [J] & : & [L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \dots \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La expresión matricial anterior implica las siguientes definiciones:

$$[H] = \left[\frac{\partial P}{\partial \delta} \right]$$

$$[N] = \left[\frac{\partial P}{\partial |V|} \right]$$

$$[J] = \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right]$$

$$[L] = \left[\frac{\partial Q}{\partial |V|} \right]$$

Teniendo presente lo anterior, se obtiene:

Elementos de $[H]$:

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -B_{kk} V_k^2 - Q_k \quad (3.14)$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} = -B_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km}) + G_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km}) \quad (3.15)$$

Elementos de $[N]$:

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial |V_k|} = G_{kk} V_k^2 + P_k \quad (3.16)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial |V_m|} = G_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km}) + B_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km}) \quad (3.17)$$

Elementos de $[J]$:

$$J_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = -G_{kk} V_k^2 + P_k \quad (3.18)$$

$$J_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} = -G_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km}) - B_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km}) \quad (3.19)$$

Elementos de $[L]$:

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial |V_k|} = -B_{kk} V_k^2 + Q_k \quad (3.20)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial |V_m|} = -B_{km} V_k V_m \cos(\theta_{km}) + G_{km} V_k V_m \sin(\theta_{km}) \quad (3.21)$$

El proceso iterativo asociado a la ecuación (3.13) se puede representar por la ecuación matricial (3.22). Que muestra la ecuación de Newton Raphson en la iteración l -ésima.

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(l)} \\ \dots \\ \Delta Q^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [H]^{(l)} & : & [N]^{(l)} \\ \dots & : & \dots \\ [J]^{(l)} & : & [L]^{(l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(l)} \\ \dots \\ \Delta |V|^{(l)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Los términos del vector de ajustes para la l -ésima iteración serán:

$$\Delta P_i^{(l)} = P_i^{esp} - P_i^{(l)} \quad (3.23)$$

$$\Delta Q_i^{(l)} = Q_i^{esp} - Q_i^{(l)} \quad (3.24)$$

Los nuevos estimados para los voltajes de barra son:

$$\delta^{(l+1)} = \delta_i + \Delta \delta_i^{(l)} \quad (3.25)$$

$$|V_i^{(l+1)}| = |V_i^{(l)}| + \Delta |V_i^{(l)}| \quad (3.26)$$

3.2.5. Algoritmo de Newton Raphson

El método de Newton Raphson consta de los siguientes pasos:

1. Se debe inicializar las magnitudes y angulos de voltaje, generalmente igual a los del bus compensador o 1.0 en magnitud y 0.0 en angulo, esto es, $|V_i^{(0)}| = 1.0$ y $\delta_i^{(0)} = 0.0$.
2. Para barras PQ , $P_i^{(l)}$ y $Q_i^{(l)}$ se calculan por medio de las ecuaciones (3.11), mientras que $\Delta P_i^{(l)}$ y $\Delta Q_i^{(l)}$ se calculan por medio de las ecuaciones (3.23) y (3.24).
3. Los elementos de la matriz Jacobiana, se calculan en este punto, usando las ecuaciones (3.14) - (3.21), es decir en este punto se actualiza la matriz Jacobiana.

4. En este paso se resuelve el sistema de ecuaciones lineales de la ecuación (3.22).
5. Los nuevos valores de magnitud y angulo de voltaje son calculados por medio de las ecuaciones (3.25) y (3.26).
6. El proceso continuara hasta que los desajustes de potencia $\Delta P_i^{(l)}$ y $\Delta Q_i^{(l)}$, calculados por medio de las ecuaciones (3.23) y (3.24), cumplan con el criterio de convergencia deseado, el cual se especifica como parte de los datos de inicializacion del programa.

$$\begin{aligned} |\Delta P_i^{(l)}| &\leq \varepsilon \\ |\Delta Q_i^{(l)}| &\leq \varepsilon \end{aligned} \tag{3.27}$$

Si ocurre convergencia, entonces los valores de las variables obtenidas hasta este punto, serán la solución y se procederá a calcular los flujos en los elementos y las perdidas.

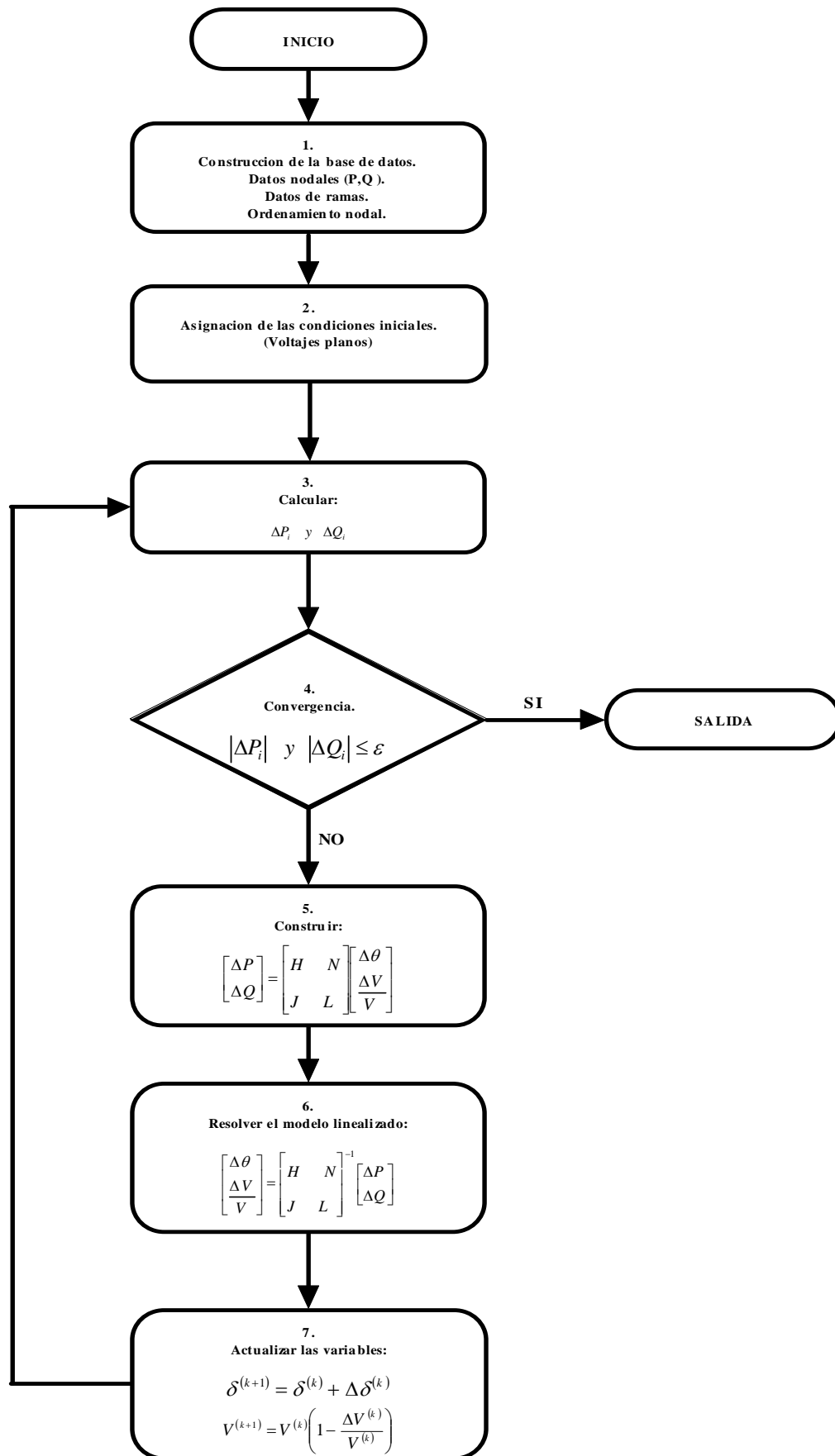


Figura 3.3. Algoritmo para el método de Newton Raphson.

3.3. METODO DE NEWTON RAPHSON DESACOPLADO RAPIDO

En el método de Newton Raphson, la matriz jacobiana se debe calcular y triangular en cada una de las iteraciones, con el fin de actualizar los factores **LU**. Sin embargo, en la practica, la matriz jacobiana frecuentemente se recalcula solamente un determinado numero de veces en un rango de iteraciones y esto le da la velocidad al proceso de solución global. La solución final se determina, a través de los errores de potencia permisibles y de las tolerancias de voltaje en las barras [1].

Para sistemas de transmisión de potencia de gran escala, *el método desacoplado Rápido de flujos de potencia* representa una alternativa para mejorar la eficiencia computacional y reducir los requerimientos de memoria. Este método hace uso de una versión aproximada del procedimiento de Newton Raphson. Su principio de desacople esta basado en dos aspectos importantes:

- ◆ Un cambio en el angulo de voltaje δ en una barra afecta principalmente al flujo de potencia real P en las líneas de transmisión y deja sin cambio, relativamente, a la potencia reactiva Q .
- ◆ Un cambio en la magnitud de voltaje $|V|$ en una barra afecta principalmente al flujo de potencia reactiva Q en las líneas de transmisión y deja al flujo de potencia real P sin cambiar.

Cabe notar que el primer aspecto no es valido en sistemas de distribución, pero puede ser importante en el desarrollo del método de Rotación de Ejes, el cual será tratado mas adelante.

Esencialmente, la primera observación establece que $\partial P_i / \partial \delta_j$ es mucho mayor que $\partial Q_i / \partial \delta_j$, que por ahora se considerara como cero. La segunda observación establece que $\partial Q_i / \partial |V_j|$ es mucho mayor que la $\partial P_i / \partial |V_j|$, que también se considerara aproximadamente cero.

El uso de estas aproximaciones en el calculo de la matriz jacobiana permite que los elementos de las sub-matrices J_{12} y J_{21} sean cero. Como consecuencia de esto se obtienen dos sistemas separados de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & J_{11} & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{bmatrix} |V_2| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & J_{22} & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ |V_2| \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta V_2}{V_2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta V_n}{V_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Estas ecuaciones están *desacopladas*. De este modo, las correcciones del ángulo del voltaje $\Delta \delta$ se calculan usando solo los errores de la potencia real ΔP , y las correcciones de la magnitud del voltaje se calculan usando solo los errores de ΔQ .

Hay que tener presente, que las matrices de coeficientes J_{11} y J_{22} son todavía interdependientes porque los elementos de J_{11} dependen de las magnitudes de los voltajes que se están resolviendo en la ecuación (3.29), mientras los elementos de J_{22} dependen de los ángulos de la ecuación (3.28). Es posible resolver los dos conjuntos de ecuaciones de una forma alternada, usando en un conjunto las soluciones mas recientes del otro conjunto. Pero aun se requiere la evaluación y factorización de las dos matrices de coeficientes en cada iteración. Se hace uso

entonces de algunas simplificaciones que se justifican a través de la física de los flujos de potencia en líneas de transmisión, como se puede observar a continuación.

Para un sistema de transmisión de potencia que presente un diseño adecuado, y apropiadamente operado:

- ♦ Las diferencias angulares $(\delta_i - \delta_j)$ entre dos barras del sistema son, por lo general, tan pequeñas que:

$$\cos(\delta_i - \delta_j) = 1 \quad (3.30)$$

$$\sin(\delta_i - \delta_j) \approx (\delta_i - \delta_j) \quad (3.31)$$

- ♦ Las susceptancias de las líneas B_{ij} son mucho mas grandes que las conductancias G_{ij} , así:

$$G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \ll B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3.32)$$

- ♦ La potencia reactiva Q_i que es inyectada a cualquier barra i del sistema durante la operación normal es menor que la potencia reactiva que fluiría si todas las líneas de la barra estuvieran en cortocircuito con la referencia. Esto es:

$$Q_i \ll |V_i|^2 B_{ii} \quad (3.33)$$

Estas aproximaciones se pueden aplicar para simplificar los elementos de la matriz jacobiana.

$$\left| V_j \right| \frac{\partial Q_i}{\partial \left| V_j \right|} = - \left| V_j \right| \left| V_i Y_{ij} \right| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \quad (3.34)$$

Los elementos que se encuentran fuera de la diagonal de J_{11} y J_{22} en la ecuación (3.27) están dados por:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_i - \delta_j) \quad (3.35)$$

Al hacer uso de la identidad $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$, en la ecuación (3.35), se obtiene:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = -|V_i V_j| [B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] \quad (3.36)$$

Donde $B_{ij} = |Y_{ij}| \sin\theta_{ij}$ y $G_{ij} = |Y_{ij}| \cos\theta_{ij}$. Así las aproximaciones que se mencionaron anteriormente permiten que los elementos fuera de la diagonal estén dados por:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_j| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \cong -|V_i V_j| B_{ij} \quad (3.37)$$

Los elementos de la diagonal de J_{11} y J_{22} son expresados en las ecuaciones (3.38) y (3.39).

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (3.38)$$

$$|V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} - 2|V_i|^2 B_{ii} = Q_i - |V_i|^2 B_{ii} \quad (3.39)$$

Al aplicar la desigualdad dada por $Q_i \ll |V_i|^2 B_{ii}$ a esas expresiones, se obtiene:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \cong |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \cong -|V_i|^2 B_{ii} \quad (3.40)$$

Reemplazando las expresiones de las aproximaciones de las ecuaciones (3.37) y (3.40) en las matrices de coeficientes J_{11} y J_{22} , se obtiene:

$$\begin{bmatrix} -|V_2 V_2| B_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & -|V_2 V_n| B_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ -|V_2 V_n| B_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & -|V_n V_n| B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} -|V_2 V_2| B_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & -|V_2 V_n| B_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ -|V_2 V_n| B_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & -|V_n V_n| B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Como caso particular para la barra 2, al multiplicar la primera fila por el vector de corrección y se divide la ecuación resultante entre $|V_2|$ con el fin de mostrar como se pueden quitar los voltajes de la matriz de coeficientes dada por la ecuación (3.42); el resultado es:

$$-B_{22} \Delta |V_2| - B_{23} |V_3| - \cdot \cdot \cdot - B_{2n} |V_n| = \frac{\Delta Q_2}{|V_2|} \quad (3.43)$$

En esta ecuación los coeficientes son constantes iguales al negativo de las suceptancias en la fila de Y_{Barra} que corresponda a la barra 2.

Cada una de las filas de la ecuación (3.42) se puede descomponer de manera similar al representar el error reactivo en la barra i por la cantidad $\Delta Q_i / |V_i|$.

Los elementos en la matriz de coeficientes de la ecuación (3.42) se hacen constantes dados por las suceptancias conocidas de Y_{Barra} . Al mismo tiempo, se puede cambiar la ecuación (3.41) si se multiplica la primera fila por el vector de las correcciones de ángulo y se adecua el resultado para obtener:

$$-|V_2|B_{22}\Delta\delta_2 - |V_3|B_{23}\Delta\delta_3 - \dots - |V_n|B_{2n}\Delta\delta_n = \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \quad (3.44)$$

En esta ecuación los coeficientes se pueden igualar a los de la ecuación (3.43), si se hace que $|V_2|$, $|V_3|$, hasta $|V_n|$ sean iguales a 1.0 por unidad en la expresión del lado izquierdo. Se puede notar que en la ecuación (3.44), la cantidad $\Delta P_2/|V_2|$ representa el error de potencia real. Al resolver todas las filas de la ecuación (3.41) en una manera similar, se obtienen dos sistemas de ecuaciones desacoplados para todas las barras que conforman el sistema.

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & \dots & -B_{2n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ -B_{n2} & \dots & -B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta\delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta P_n}{|V_n|} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & \dots & -B_{2n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ -B_{n2} & \dots & -B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta|V_2| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta|V_n| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta P_n}{|V_n|} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Casi siempre la matriz \bar{B} es simétrica y partida con elementos diferentes de cero que son constantes y números reales, exactamente iguales al *negativo* de las susceptancias de Y_{Barra} . Como consecuencia de esto, la matriz \bar{B} se crea con facilidad y sus factores triangulares (una vez calculados al inicio del proceso de solución) no se tienen que volver a recalcular, con lo que se obtienen iteraciones mucho más rápidas. En las barras de voltaje controlado, la Q no se especifica y $\Delta|V|$ es cero; las filas y columnas que corresponden a estas barras no son llevadas en cuenta en la ecuación (3.46) [1].

3.3.1. Algoritmo de Newton Raphson desacoplado Rápido

El algoritmo para solucionar el método de Newton Raphson Desacoplado Rápido es el siguiente:

1. Calcular los errores iniciales $\Delta P/|V|$.
2. Resolver la ecuación (3.45) para $\Delta\delta$.
3. Actualizar los ángulos δ y usarlos para calcular los errores $\Delta Q/|V|$.
4. Resolver la ecuación (3.46) para $\Delta|V|$ y actualizar las magnitudes $|V|$.
5. Regresar a la ecuación (3.45) para repetir la iteración hasta que todos los errores estén dentro de las tolerancias especificadas.

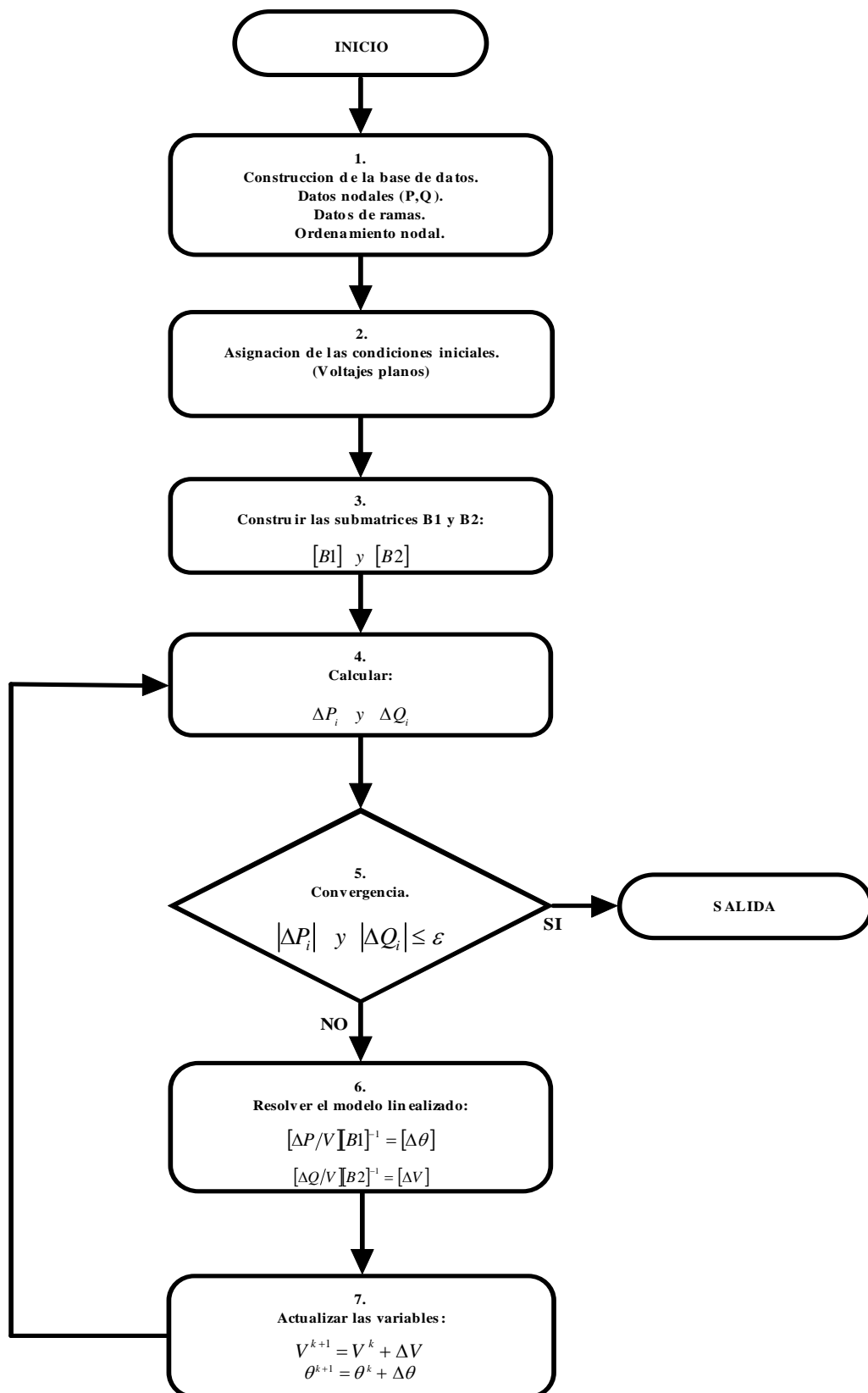


Figura 3.4. Algoritmo para el método de Newton Raphson Desacoplado Rápido.

4. METODOS DE FLUJO DE POTENCIA DE BARRIDO

Los algoritmos basados en el método de Newton presentan un óptimo desempeño para sistemas eléctricos de potencia, y no se comportan muy bien en sistemas de distribución, debido a la alta relación r/x , su convergencia es pobre y se deteriora la dominancia diagonal de la matriz Jacobiana.

Debido a estas razones surgió la necesidad de crear nuevos métodos No-Newton, para ser aplicados a los sistemas de distribución. Sus algoritmos están basados en un barrido atrás/adelante sobre un sistema escalonado, denominados métodos de barrido.

Los métodos de barrido están diseñados teniendo en cuenta todas las características que presentan los sistemas de distribución.

Estas metodologías requieren la aplicación de un algoritmo adicional denominado *Algoritmo de Ordenamiento Nodal*. Este es una pieza fundamental de los métodos de barrido, ya que permite ordenar las líneas del sistema de tal manera que facilita la programación de los barridos hacia abajo y hacia arriba. El desarrollo de este algoritmo se halla en la parte final de este documento como **anexo 1**.

4.1. MÉTODO DE SUMA DE CORRIENTES

El método de *Suma de Corrientes* hace uso de manera separada de la primera y segunda ley de Kirchhoff y de la relación V/i [7].

La primera ley es aplicada en un barrido hacia arriba en donde se hallan los flujos de corriente en cada línea. La segunda ley se aplica en un barrido hacia abajo hallando las tensiones nodales.

En general para una red radial, las leyes fundamentales de circuitos son expresadas de la siguiente forma:

Primera ley de Kirchhoff:

$$I_N = [A] \cdot I_B \quad (4.1)$$

Segunda ley de Kirchhoff:

$$V_B = [A]^T \cdot V_N \quad (4.2)$$

Relación voltaje – corriente:

$$I_B = [Y_B] \cdot V_B \quad (4.3)$$

Donde:

Y_B : Matriz admitancia de ramas.

V_B : Vector de tensiones por cada rama.

I_B : Vector de corrientes por cada rama.

V_N : Vector de tensiones nodales.

I_N : Vector de inyección de corrientes nodales.

A : Matriz incidencia de nodos.

Los elementos Shunt son despreciados en los sistemas de distribución, pero en el caso de que se presente, este se puede reemplazar por una inyección de corriente nodal aplicando el teorema de sustitución.

Aplicando las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3) se obtiene:

$$[A] \cdot [Y_B] \cdot [A]^T \cdot V_N = I_N \quad (4.4)$$

Ya que la tensión en el nodo Slack V_0 es conocida, y si la red se ordena de forma adecuada (usando el algoritmo de ordenamiento nodal) de tal forma que el nodo fuente sea el primero, se puede modificar la ecuación (4.4) para calcular las tensiones en los nodos que le siguen al nodo fuente, usando la siguiente expresión:

$$[A_{N-1}] \cdot [Y_B] \cdot \begin{bmatrix} A_0^T & A_{N-1}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ V_{N-1} \end{bmatrix} = I_{N-1} \quad (4.5)$$

El tamaño de la matriz incidencia de nodos $[A]$ es de $\{N \times B\}$, donde B es el numero de ramas del sistema. Para el caso de sistemas radiales $B = N - 1$, esto conlleva a que la matriz reducida $[A_{N-1}]$ sea una matriz cuadrada.

La matriz aumentada $[A]$ se crea de forma tal que una rama orientada aportara un valor de 1 a la posición correspondiente al nodo de envío y un valor de -1 a la posición correspondiente al nodo de recibo. Cada columna entonces tendrá únicamente dos elementos distintos de cero con valores de ± 1 , por tal razón la suma de los elementos de cada columna es igual a cero, esto se puede observar en la ecuación (4.6).

$$[A_0^T] + [A_{N-1}^T] \cdot \ell_{N-1} = 0 \quad (4.6)$$

Donde:

ℓ_{N-1} : Vector columna cuyos elementos son iguales a 1.

Esta característica permite que la ecuación (4.6) se pueda expresar de la siguiente forma:

$$[A_{N-1}] \cdot [Y_B] \cdot [A_{N-1}^T] \cdot (V_N - V_0 \cdot \ell_{N-1}) = I_{N-1} \quad (4.7)$$

La matriz $[Y_{BUS}]$ se define por $A_{N-1} Y_B A_{N-1}^T$. Así la ecuación (4.7) puede separarse en dos para solucionar el flujo de carga, como se puede observar:

$$[A_{N-1}] \cdot I_B = I_{N-1} \quad (4.8)$$

$$[Y_B] \cdot [A_{N-1}^T] \cdot (V_{N-1} - V_0 \cdot \ell_{N-1}) = I_B \quad (4.9)$$

La matriz $[A_{N-1}]$ es una matriz triangular superior, si el sistema es ordenado adecuadamente (algoritmo de ordenamiento nodal). Resolver I_B es realizar un barrido hacia arriba y resolver V_{N-1} es realizar un barrido hacia abajo.

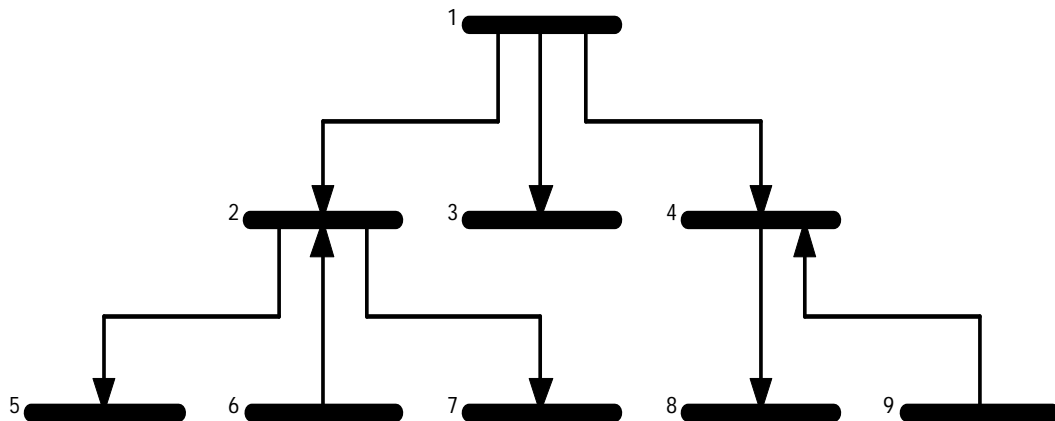


Figura 4.1. Esquema de una red ordenada.

Es de gran importancia ordenar la red, esto permite sistematizar el proceso al calcular el flujo de corriente por una línea, a partir de los flujos calculados en las

líneas inferiores, y de la inyección de corriente en el nodo de recibo (barrido hacia arriba). También permite calcular la tensión en los nodos inferiores, a partir de la tensión en un nodo superior (barrido hacia abajo).

4.1.1.1. Barrido hacia arriba

Las líneas del sistema deben ser modeladas a través de su equivalente serie. Al asumir una aproximación inicial para las tensiones nodales de 1 pu, se puede calcular las corrientes en todos los nodos del sistema, según sea el caso:

Para las cargas lineales:

$$I = \left(\frac{P + jQ}{Ve^{j\theta}} \right)^* \quad (4.10)$$

Para los nodos con impedancia constante (filtros):

$$I = \frac{V}{Z} \quad (4.11)$$

En el caso de que existan cargas no lineales se debe de usar la función correspondiente al modelo de fuente de corriente para la frecuencia fundamental.

Luego de haber hallado las corrientes en los nodos se debe de continuar con el cálculo de los flujos de corriente por las líneas de la siguiente forma:

$$I_K = I_{CK} + \sum_i I_{i,K} \quad (4.12)$$

Donde:

I_K : Corriente por la línea K .

I_{CK} : Corriente por los elementos conectados al nodo K .

$I_{i,K}$: Corriente por la línea i que esta conectada al nodo K .

En la figura 4.2 se puede observar el significado de cada una de estas corrientes.

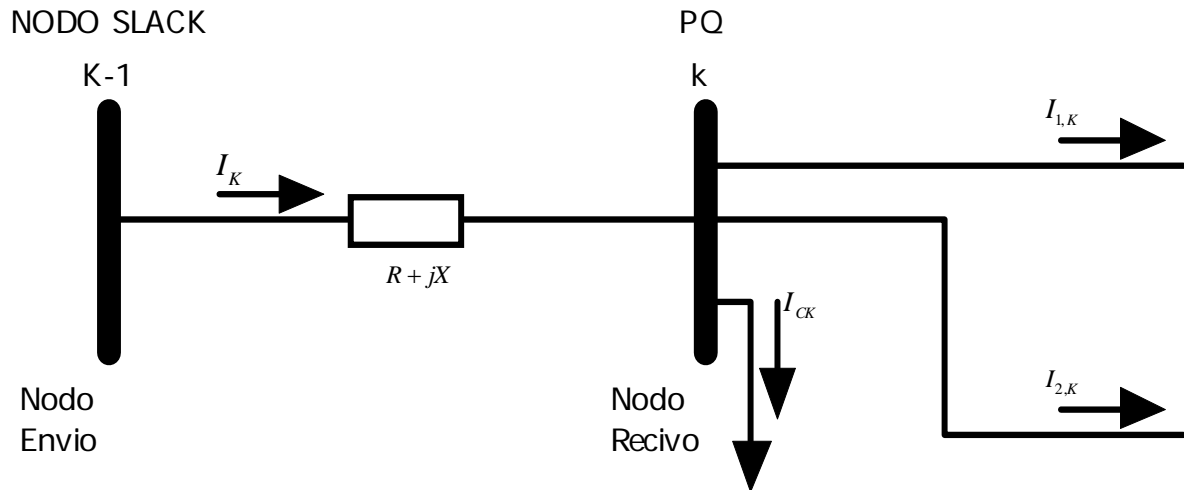


Figura 4.2. Corrientes en un sistema de distribución.

Si además se quiere aplicar el modelo completo de las líneas (modelo π), se debe de adicionar el efecto capacitivo a través de admitancias en paralelo a cada línea.

4.1.2. Actualización del nodo Slack

En el momento en que las corrientes en las $N-1$ líneas han sido actualizadas, se debe de corregir el valor de la tensión en el nodo fuente. La figura 4.3 muestra el modelo utilizado.

La corriente equivalente en el nodo fuente I_{TH} , es la suma de las corrientes en todos los elementos del sistema, su valor se obtiene cuando se finaliza el barrido hacia arriba. El nuevo valor de la tensión en el nodo fuente V_0 , se obtiene mediante la ecuación (4.13):

$$V_0 = V_{TH} - I_{TH} \cdot Z_{TH} \quad (4.13)$$

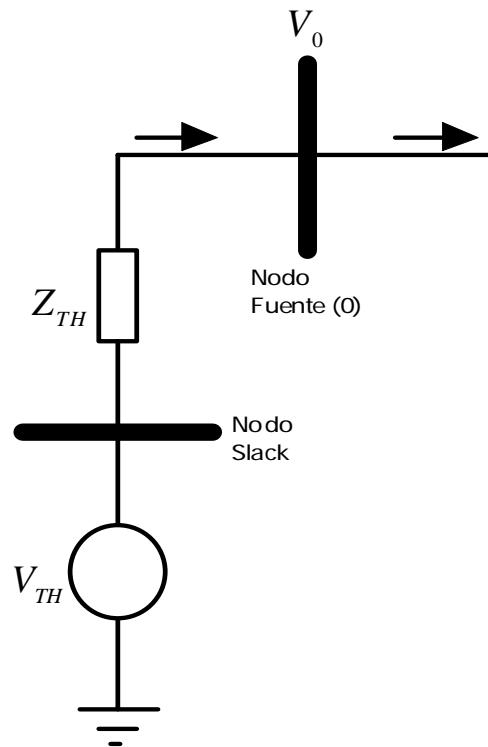


Figura 4.3. Equivalente de red del sistema de distribución.

El valor de V_0 se utiliza como base para el barrido de voltajes.

4.1.3. Barrido hacia abajo

Al conocer la tensión en el nodo Slack, se puede hallar la tensión en los nodos inferiores.

$$V_K = V_{K-1} - I_K(R + jX) \quad (4.14)$$

Se puede observar que para poder aplicar la ecuación (4.14), se debe conocer la tensión en un nodo superior $k+1$, la corriente en la correspondiente rama de alimentación y los parámetros del modelo serie de dicha línea. La corriente por la línea se halla cuando se realiza el barrido hacia arriba [7].

4.1.4. Algoritmo de Suma de Corrientes

El algoritmo se ejecuta en dos etapas de la siguiente forma:

Al realizar un barrido desde los nodos terminales (fin de rama) hasta el nodo Slack (fuente) se aplica la primera ley de Kirchhoff.

$$\sum I_{ij} = I_i \quad (4.15)$$

$\forall j$ que se conecte a i

Luego cuando se realiza el barrido desde el nodo Slack hacia los nodos terminales se hace uso de la segunda ley de Kirchhoff y la relación V_i .

$$V_i - V_j = Z_{ij} I_{ij} \quad (4.16)$$

Donde i corresponde al número asignado al nodo de la subestación (nodo Slack) y j toma el valor de los números asignados a los nodos que se conectan a i .

1. Conformación de la base de datos. Datos nodales (P, Q). Datos de ramas. Ordenamiento nodal.
2. Asignación de condiciones iniciales (voltajes planos).
3. Aplicar la primera ley de Kirchhoff en todos los nodos de la red, iniciando en los nodos terminales hasta llegar al nodo Slack. En cada uno de ellos se tendrá un flujo de corriente.

$$I_m = \frac{P_m - jQ_m}{V_m^*} \quad (4.17)$$

4. Calcular el flujo de corriente por los elementos del sistema (líneas).

$$I_{km} = I_m + \Sigma I_{ramas} \quad (4.18)$$

5. Partiendo del nodo Slack, actualizar la tensión en todos los nodos.

$$V_m = V_k - I_{km} Z_{km} \quad (4.19)$$

6. Convergencia:

La convergencia ocurre cuando la diferencia en las pérdidas de potencia activa en dos iteraciones consecutivas está bajo una tolerancia determinada.

$$\Delta P_L = P_L^{k+1} - P_L^k \quad (4.20)$$

Es posible usar como criterio de convergencia la relación entre potencia calculada y especificada tal y como lo hace el método de Newton Raphson, sin embargo, es mucho mas eficiente computacionalmente usar la relación propuesta.

7. Regresar al paso 3.

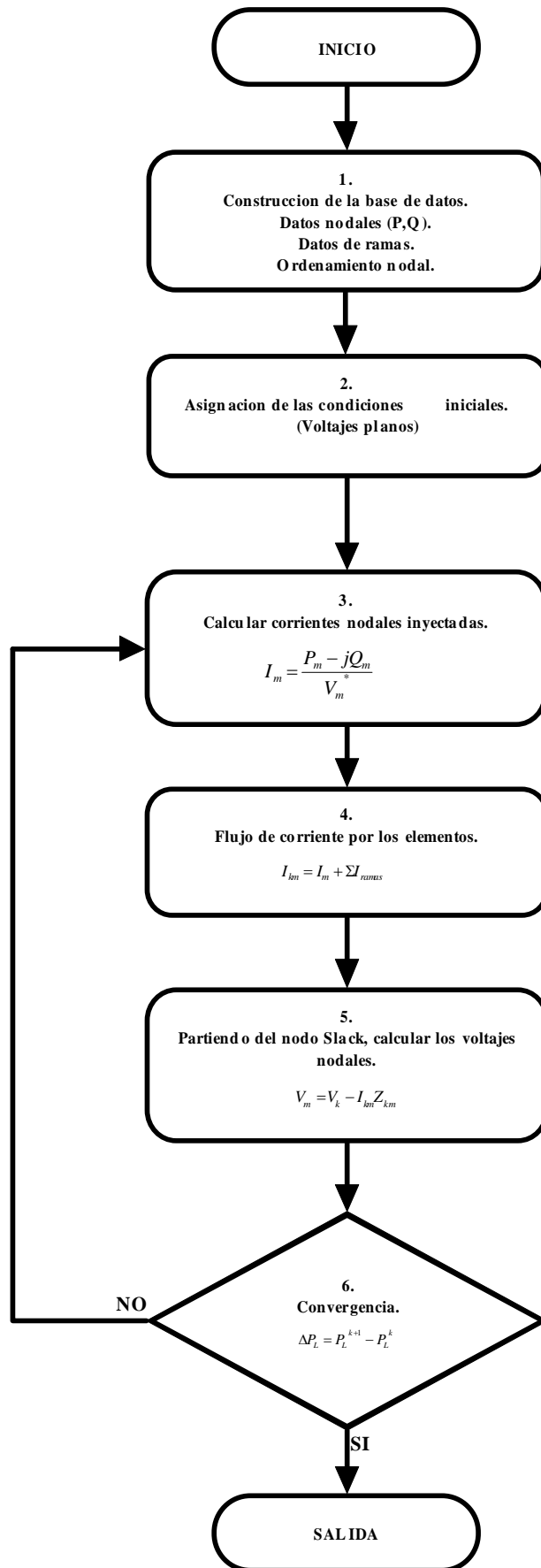


Figura 4.4. Algoritmo para el método de Suma de Corrientes.

4.2. METODO DE SUMA DE POTENCIAS

El método de *Suma de Potencias* se basa en resolver para cada rama del sistema la ecuación (4.26) [8].

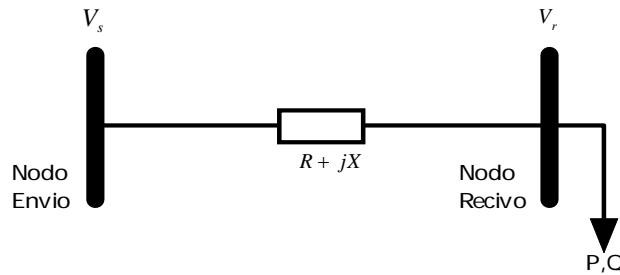


Figura 4.5. Deducción de la ecuación básica del flujo de carga.

Basándose en la figura 4.5, y aplicando V_r y V_s como cantidades fasoriales, se cumplen las siguientes expresiones:

$$V_s - V_r = (R + jX)I \quad (4.21)$$

$$V_s - V_r = \frac{(P - jQ)(R + jX)}{V_r^*} \quad (4.22)$$

Pasando a multiplicar V_r al lado izquierdo en la ecuación (4.22), entonces:

$$V_s V_r [\cos(\theta_s - \theta_r) + j \sin(\theta_s - \theta_r)] - V_r^2 = (P - jQ)(R + jX) \quad (4.23)$$

Separando la parte real e imaginaria se llega a las siguientes ecuaciones:

$$V_s V_r \cos(\theta_s - \theta_r) - V_r^2 = PR + QX \quad (4.24)$$

$$V_s V_r \sin(\theta_s - \theta_r) = PX - QR \quad (4.25)$$

Despejando $\cos(\theta_s - \theta_r)$ de (4.24) y $\sin(\theta_s - \theta_r)$ de (4.25) y sumando el cuadrado de estas cantidades, se obtiene la ecuación principal de flujo de carga:

$$V_r^4 + [2(PR + QX) - V_s^2]V_r^2 + (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = 0 \quad (4.26)$$

Donde:

V_s : Magnitud de la tensión en el nodo fuente o de envío.

V_r : Magnitud de la tensión en el nodo de recibo.

P : Carga activa.

Q : Carga reactiva.

R : Resistencia de la rama.

X : Reactancia de la rama.

Las perdidas de potencia activa y reactiva de la rama se calculan de la siguiente forma:

$$L_k = (V_s - V_r)I^* \quad (4.27)$$

$$L_{pk} = \frac{R(P^2 + Q^2)}{V_r^2} \quad (4.28)$$

$$L_{qk} = \frac{X(P^2 + Q^2)}{V_r^2} \quad (4.29)$$

Donde:

L_k : Perdidas de potencia compleja en la rama k .

L_{pk} : Perdidas de potencia activa en la rama k .

L_{qk} : Perdidas de potencia reactiva en la rama k .

Para resolver el flujo de carga se representa el resto de la red del lado de la carga por medio de su equivalente, el cual es la potencia total (incluyendo las perdidas en las ramas) tanto activa como reactiva. Para lograr esto se debe calcular la carga acumulada que cada nodo debe alimentar, además de su carga propia. El proceso de cálculo es iterativo debido a que no se conocen las perdidas de la red.

4.2.1. Algoritmo de Suma de Potencias

El algoritmo para desarrollar el método de Suma de Potencias es el siguiente:

1. Leer los datos de la red, voltaje en el nodo fuente, cargas en cada uno de los nodos a tensión nominal, modelamiento de las cargas según las variaciones de la magnitud de la tensión.
2. Suponer la magnitud de la tensión en cada nodo, para poder hallar una estimación inicial de las pérdidas por las ramas.
3. Hallar la carga servida por cada nodo, sumando las cargas de todos los nodos localizados hacia el lado contrario a la fuente y las pérdidas de las ramas que conectan estos nodos. Para esto se debe realizar un barrido hacia arriba, acumulando las cargas respectivas en todos los nodos.
4. Partiendo del nodo fuente, se debe realizar un barrido hacia abajo, utilizando la ecuación (4.26), se halla V_r en todas las barras del sistema.
5. Usando las tensiones halladas, se recalculan las pérdidas. Si la diferencia del monto de pérdidas con respecto a la iteración anterior es mayor que la tolerancia estipulada, regrese al paso 3, de lo contrario con las tensiones determinadas se hallan las variables de interés (corrientes por ejemplo).

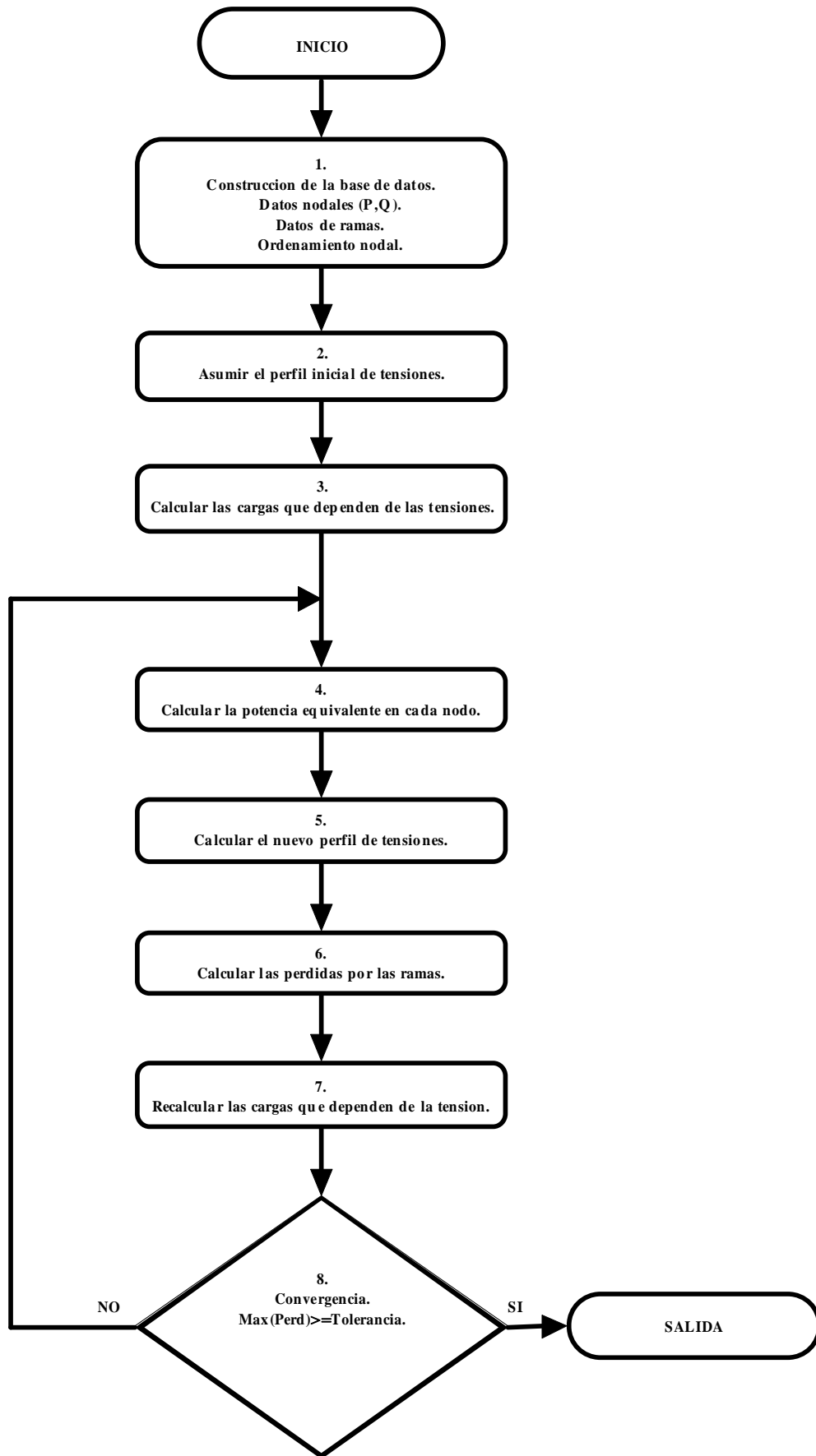


Figura 4.6. Algoritmo para el método de Suma de Potencias.

4.3. METODO MODIFICADO DE NEWTON PARA SISTEMAS RADIALES

El método de *Newton Modificado para Sistemas Radiales* esta basado en que la matriz jacobiana presenta la forma UDU^T , donde U es una matriz triangular superior constante, y depende de la topología de la red, y D es una matriz diagonal [9].

La primera suposición es valida ya que las líneas en distribución son cortas y los flujos de potencia por ellas no son muy altos. La segunda suposición no presenta validez si existen capacitancias shunt o cargas modeladas como impedancia constante, de esta forma no pueden ser despreciables las admitancias shunt de los modelos π de las líneas de distribución. Pero estos elementos shunt, se pueden transformar en inyecciones de potencia en las barras haciendo uso de los voltajes iniciales en las barras y actualizándolos.

En el método de Newton tradicional, el problema de flujo de potencia se soluciona en (4.30) mediante $\Delta\theta$ y ΔV :

$$\begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Donde:

$$H_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad j \neq i \quad (4.31)$$

$$H_{ii} = V_i \sum_{j \in j, j \neq i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (4.32)$$

$$N_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad j \neq i \quad (4.33)$$

$$N_{ii} = -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) - 2V_i^2 G_{ii} \quad (4.34)$$

$$J_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad j \neq i \quad (4.35)$$

$$J_{ii} = -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (4.36)$$

$$L_{ij} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad j \neq i \quad (4.37)$$

$$L_{ii} = -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i^2 B_{ii} \quad (4.38)$$

$G_{ij} + jB_{ij}$ es el elemento ij de la Y_{BUS} . Debido a que la diferencia de tensión entre dos nodos adyacentes es pequeña, se puede concluir que $G_{ii} + jB_{ii} - \sum (G_{ij} + jB_{ij})$, para redes sin elementos shunt la matriz jacobiana puede ser aproximada a:

$$H_{ij} \approx V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \quad j \neq i \quad (4.39)$$

$$H_{ii} \approx -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.40)$$

$$N_{ij} \approx -V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \quad j \neq i \quad (4.41)$$

$$N_{ii} \approx V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} \quad (4.42)$$

$$J_{ij} \approx V_i V_j G_{ij} \sin \theta_{ij} \quad j \neq i \quad (4.43)$$

$$J_{ii} \approx -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j G_{ij} \sin \theta_{ij} \quad (4.44)$$

$$L_{ij} \approx V_i V_j B_{ij} \sin \theta_{ij} \quad j \neq i \quad (4.45)$$

$$L_{ii} \approx -V_i \sum_{j \in i, j \neq i} V_j B_{ij} \sin \theta_{ij} \quad (4.46)$$

Las ecuaciones (4.39) hasta la (4.46), muestran las formulas para calcular las submatrices H , N , J y L , todas presentan las mismas propiedades, (simétricas y patrón disperso) que la matriz Admitancia de Nodos, es por esta razón que pueden formarse como:

$$H = L = A_{n-1} D_B A_{n-1}^T \quad (4.47)$$

$$J = -N = A_{n-1} D_G A_{n-1}^T \quad (4.48)$$

Donde D_B y D_G son matrices diagonales cuyos elementos son $V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij}$ y $V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij}$ respectivamente. Así la ecuación (4.49) puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} A_{n-1} \\ A_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_B & D_G \\ D_G & D_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{n-1}^T \\ A_{n-1}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \frac{\Delta V}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Se ha comprobado que la matriz jacobiana puede ser formada como el producto de tres matrices cuadradas (4.49), igual que la matriz Admitancia de Nodos. Para un sistema radial sin elementos shunt, la matriz Admitancia de Nodos se forma como se puede observar en (4.50).

$$A_{n-1} Y_{BARRA} A_{n-1}^T (V_{n-1}^T V_s e_{n-1}) = I_{n-1} \quad (4.50)$$

También se observó que (4.49) puede ser solucionado por un barrido atrás/adelante.

Se define entonces:

$$\dot{E} = \Delta \theta + j \frac{\Delta V}{V} \quad (4.51)$$

$$\dot{S} = \Delta P + j \Delta Q \quad (4.52)$$

$$\dot{W} = D_B + j D_G \quad (4.53)$$

La ecuación (4.49) se puede escribir como:

$$A_{n-1} \dot{W} A_{n-1}^T \dot{E} = \dot{S} \quad (4.54)$$

$$A_{n-1} \dot{S}_L = \dot{S} \quad (4.55)$$

$$\dot{W} A_{n-1}^T \dot{E} = \dot{S}_L \quad (4.56)$$

Donde (4.55) es un barrido hacia atrás y (4.56) es un barrido hacia delante. Para Hallar \dot{E} (errores en cada una de las barras) en (4.56), la matriz diagonal \dot{W} puede invertirse para cada una de las líneas. La diagonal W^{-1} es llamada la impedancia equivalente de la línea:

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} \quad (4.57)$$

Donde:

$$R_{eq} = \frac{X_{ij}}{V_i V_j \cos \theta_{ij}} \quad (4.58)$$

$$X_{eq} = \frac{R_{ij}}{V_i V_j \cos \theta_{ij}} \quad (4.59)$$

R_{ij} y X_{ij} son la resistencia y reactancia de la línea ij respectivamente.

4.3.1. Algoritmo de Newton Modificado para Sistemas Radiales

El algoritmo para desarrollar el método Newton modificado para Sistemas Radiales es el siguiente:

1. Leer los datos de la red, voltaje en el nodo fuente, cargas en cada uno de los nodos a tensión nominal, modelamiento de las cargas según las variaciones de la magnitud de la tensión.
2. Asumir el estado inicial de tensión (en magnitud y Angulo) para cada una de las barras (diferentes al nodo Slack).
3. Calcular los errores de potencia ΔP y ΔQ .

4. Comprobar si el método converge. Si el método converge SALIR. De lo contrario continuar con el paso 5.

5. Realizar el barrido hacia atrás para sumar \dot{S}_L .

6. Calcular:

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} \quad (4.57)$$

7. Realizar el barrido hacia delante para calcular los errores en cada barra.

$$\dot{E}_j = \dot{E}_j - Z_{eq} \dot{S}_L \quad (4.60)$$

8. Recalcular las tensiones nodales en cada una de las barras. Y regresar al paso 3.

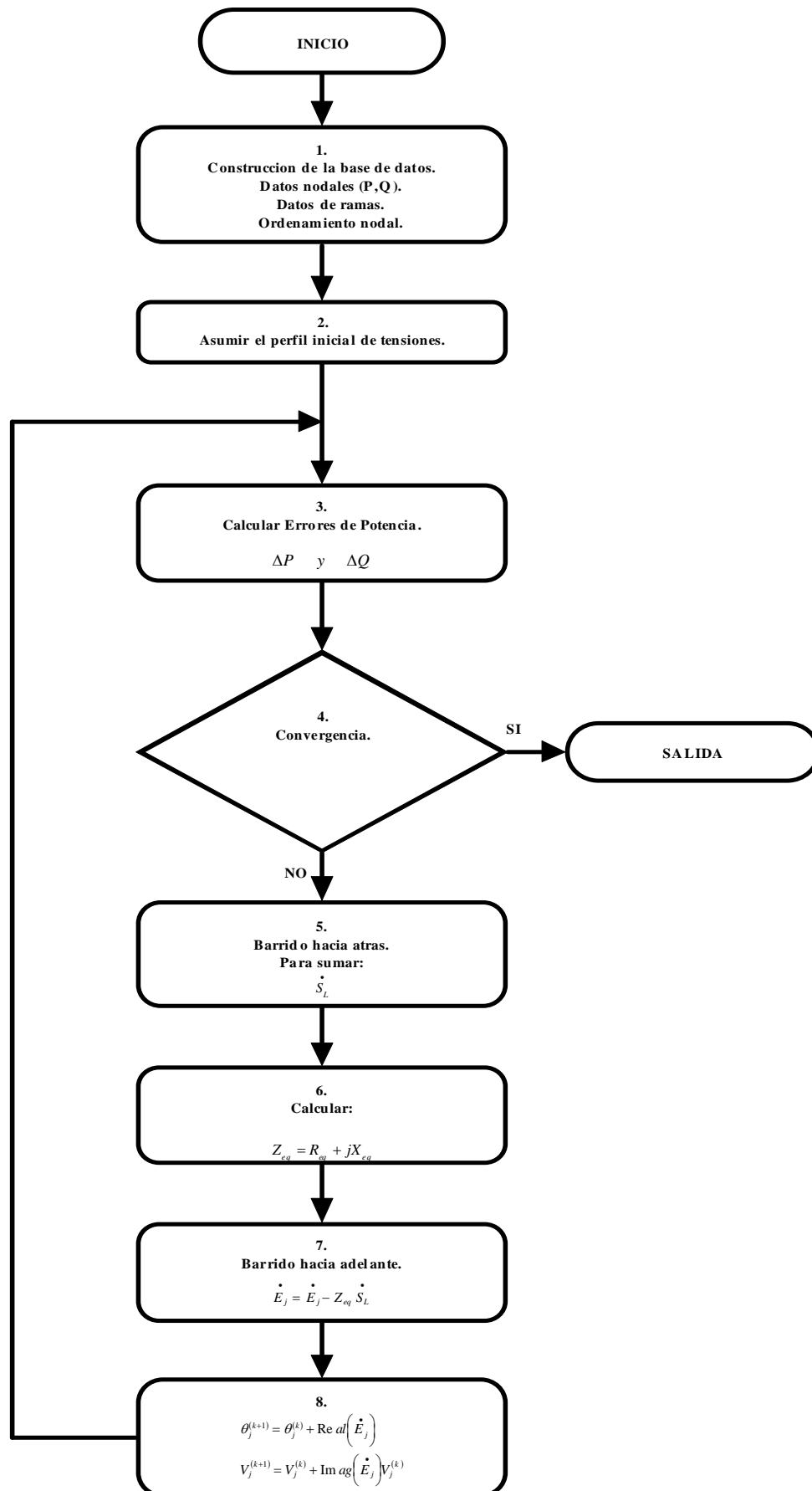


Figura 4.7. Algoritmo para el método de Newton Modificado para Sistemas Radiales.

5. OTROS METODOS DE FLUJO DE POTENCIA

Existen otras metodologías para el cálculo de flujo de carga en sistemas de distribución que pueden estar basadas tanto en los fundamentos de Newton Raphson como en los de barrido, pero debido a sus características de programación y convergencia se deben ubicar en una clasificación independiente.

En este capítulo se estudiarán algunos de estos métodos que se han propuesto especialmente para sistemas de distribución. Estos aplican algoritmos diferentes y han sido planteados pensando en las características de este tipo de redes.

5.1. METODO DE RAJICIC-BOSE

El método de *Rajicic-Bose* es una versión modificada del método de Newton Raphson Desacoplado Rápido [10].

Partiendo de las ecuaciones que representan la inyección de corriente en las barras del sistema, usadas en el método de Newton Raphson:

$$\frac{P_i}{V_i} = V_i G_{ii} + \sum_j V_j [G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (5.1)$$

$$\frac{Q_i}{V_i} = -V_i B_{ii} + \sum_j V_j [G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)] \quad (5.2)$$

Las ecuaciones (5.1) y (5.2) representan básicamente la solución del método de Newton Raphson, donde el sub-problema $P-\theta$ esta desacoplado del sub-problema $Q-V$, y se pueden despreciar las sub-matrices que están fuera de la diagonal de la matriz Jacobiana. Las sub-matrices restantes se pueden aproximar mediante elementos constantes.

$$\Delta P = B' \Delta \theta \quad (5.3)$$

$$\Delta Q = B'' \Delta V \quad (5.4)$$

Asumiendo que $G_{ij} \ll B_{ij}$ se puede considerar $V_i = 1$, $\cos(\theta_i - \theta_j) = 1$ y $\sin(\theta_i - \theta_j) = 0$. Esto produce algunos términos constantes en la matriz Jacobiana que genera algunos cambios en las ecuaciones (5.1) y (5.2):

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = -B_{ij} \quad \frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_j B_{ij} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -B_{ij} \quad \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -B_{ii} \quad (5.6)$$

Por lo tanto, si se compara (5.3) con (5.5) y (5.4) con (5.6) se puede observar que:

$$B'_{ij} = -B_{ij} \quad B'_{ii} = \sum_j B_{ij} \quad (5.7)$$

$$B''_{ij} = -B_{ij} \quad B''_{ii} = -B_{ii} \quad (5.8)$$

Estas son las matrices que se utilizaran en el flujo de carga. En la mayoría de los casos B' esta dada por (5.7), frecuentemente esto produce una convergencia lenta, especialmente en los sistemas de distribución. Por esta razón para el flujo de carga se utiliza la siguiente aproximación:

$$B'_{ij} = \frac{-1}{X_{ij}} = -B_{ij} - \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}} \quad B'_{ii} = -\sum_j B'_{ij} \quad (5.9)$$

Para la mayoría de las redes de alta tensión, la relación R/X es bastante pequeña y casi siempre resulta razonable afirmar que $G_{ij} \ll B_{ij}$. En la práctica por lo regular se ha comprobado que el flujo de carga converge muy bien, siempre que G_{ij} no exceda significativamente B_{ij} . Por lo tanto, la hipótesis de despreciar G_{ij} no es crítica para la convergencia del flujo de carga, a menos de que sea violada por un amplio margen, como es el caso de los sistemas de distribución. En tales casos, es de esperar que el uso de la conductancia en el proceso iterativo, de alguna forma mejore la convergencia.

Una manera de incluir G_{ij} en el proceso iterativo es agregándola a las ecuaciones (5.1) y (5.2):

$$\frac{(P_i + Q_i)}{V_i} = (G_{ii} - B_{ii})V_i + \sum_j V_j [(G_{ij} - B_{ij})\cos(\theta_i - \theta_j) + (G_{ij} + B_{ij})\sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (5.10)$$

Entonces la ecuación (5.4) del flujo de carga se puede reemplazar por:

$$\Delta P + \Delta Q = B'' \Delta V \quad (5.11)$$

Donde B'' se puede aproximar como:

$$B_{ij}'' = G_{ij} - B_{ij} \quad B_{ii}'' = G_{ii} - B_{ii} \quad (5.12)$$

La ecuación (5.3) del flujo de carga no puede ser cambiada, pero el efecto de G_{ij} es reflejado en la aproximación para B' . Con respecto a B' , la mejora en las características de convergencia al pasar de (5.7) a (5.9) son bien conocidas. En los casos donde G_{ij} es grande, el cuadrado de este termino en (5.9) puede exagerar los efectos de G_{ij} . Por lo tanto, una expresión alternativa que puede moderar estos efectos, se sugiere para B' .

$$B'_{ij} = -B_{ij} - 0.4G_{ij} - 0.3 \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}} \quad B'_{ii} = -\sum_j B'_{ij} \quad (5.13)$$

Donde, los coeficientes 0.4 y 0.3 se hallaron experimentalmente [10], pero parecen funcionar en todos los sistemas en los que se han probado. Se puede experimentar con otros coeficientes que permitan proporcionar una mejor compensación al método.

Por lo tanto, la modificación del flujo de carga consiste en iteraciones definidas por (5.3) y (5.11):

$$\Delta P = B' \Delta \theta \quad (5.3)$$

$$\Delta P + \Delta Q = B'' \Delta V \quad (5.11)$$

Sus matrices están definidas por (5.13) y (5.12) respectivamente:

$$B'_{ij} = -B_{ij} - 0.4G_{ij} - 0.3 \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}} \quad B'_{ii} = -\sum_j B'_{ij} \quad (5.12)$$

$$B''_{ij} = G_{ij} - B_{ij} \quad B''_{ii} = G_{ii} - B_{ii} \quad (5.13)$$

5.1.1. Algoritmo de Racijic-Bose

Los pasos del algoritmo para aplicar el método de Racijic-Bose son los siguientes:

1. Asumir el estado inicial de tensión (en magnitud y Angulo) para cada una de las barras (diferentes al nodo Slack).
2. Calcular la matriz Y_{BARRA} .
3. Calcular la matriz jacobiana. Aplicando las formulas:

$$B'_{ij} = -B_{ij} - 0.4G_{ij} - 0.3 \frac{G_{ij}^2}{B_{ij}} \quad B'_{ii} = -\sum_j B'_{ij} \quad (5.12)$$

$$B''_{ij} = G_{ij} - B_{ij} \quad B''_{ii} = G_{ii} - B_{ii} \quad (5.13)$$

4. Calcular los errores de potencia, y determinar la convergencia. Si el sistema converge SALIR. Si el sistema no converge continuar con el paso 5.
5. Recalcular las tensiones en las barras.
6. Regresar al paso 4.

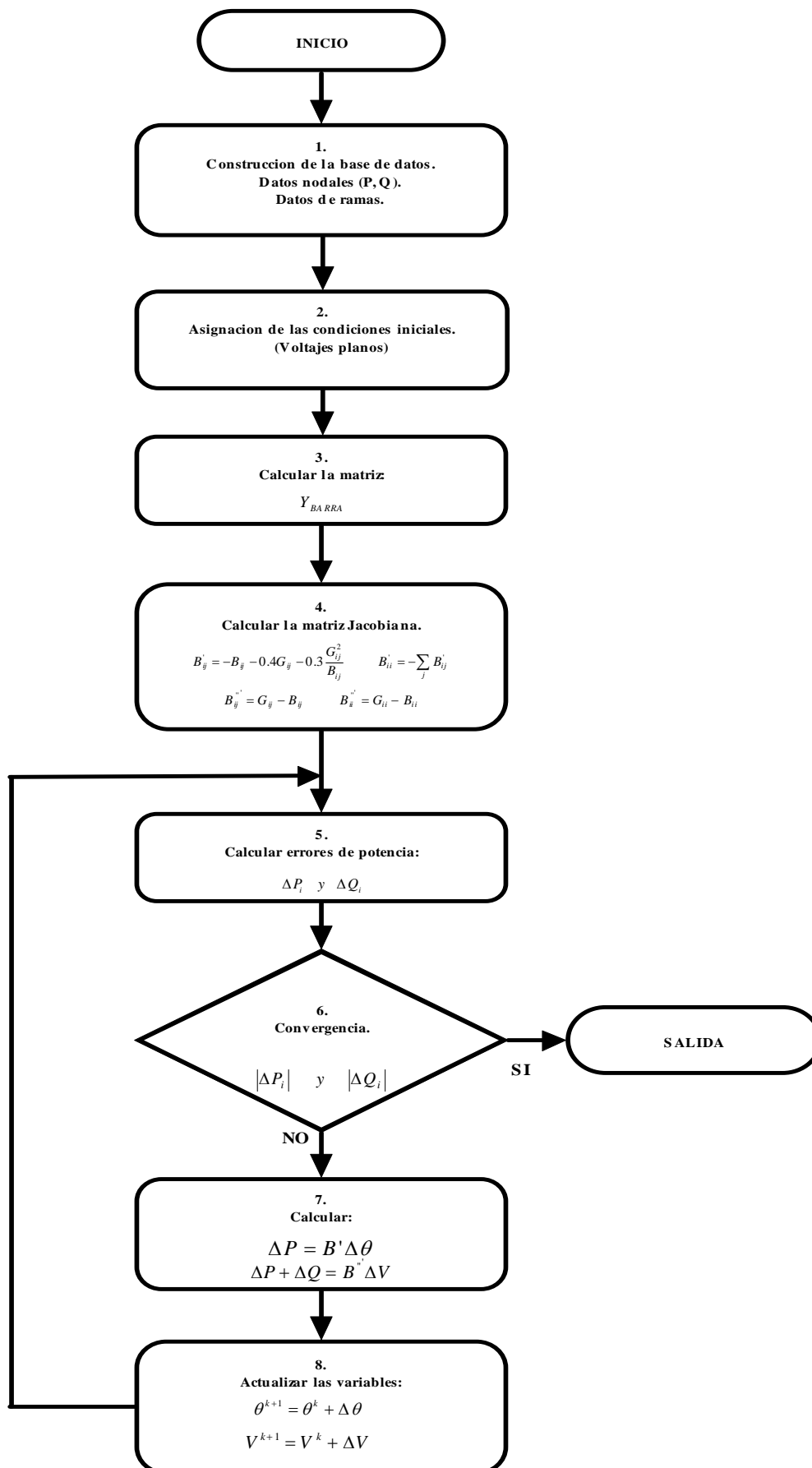


Figura 5.1. Algoritmo para el método de Racijsic-Bose.

5.2. METODO DE LA CADENA

El algoritmo para el método de *La Cadena* se basa en comprobar que si en un nodo k , que sea nodo *Slack* de un sistema de distribución, se conocen los parámetros de tensión V_k y la correspondiente potencia activa P_k y reactiva Q_k , que están siendo aportadas por esta barra k al sistema. Es posible hallar para una barra $k+1$, que sea nodo *PQ*, su correspondiente modulo de tensión V_{k+1} , así como la potencia activa P_{k+1} y reactiva Q_{k+1} . En conclusión el método se fundamenta en que si se conoce en la barra generadora V_0 , P_0 y Q_0 , se puede hallar para las demás barras del sistema su correspondiente tensión y potencia activa y reactiva que sale de cada una de las barras. Esto se lleva a cabo mediante un proceso de barrido hacia delante, partiendo de la barra genérica (*proceso forward*) [11].

Si el sistema eléctrico esta compuesto por un solo alimentador (no existen ramificaciones), el problema de flujo de carga radial se considera, como un problema que contiene solo dos variables de estado. Estas variables son, la potencia activa P_0 y la potencia reactiva Q_0 . que están saliendo de la subestación.

El método se inicia en la subestación del sistema, considerando una aproximación de la potencia que esta saliendo de la subestación, y a través de un proceso iterativo, se hallan los estimados cada vez mas exactos para P_0 y Q_0 . Estos nuevos valores son obtenidos mediante la solución de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas, para el caso de un único alimentador. El método converge cuando la potencia activa y reactiva que esta saliendo de la última barra del sistema, toman un valor muy cercano a cero (sin considerar la carga en esa barra).

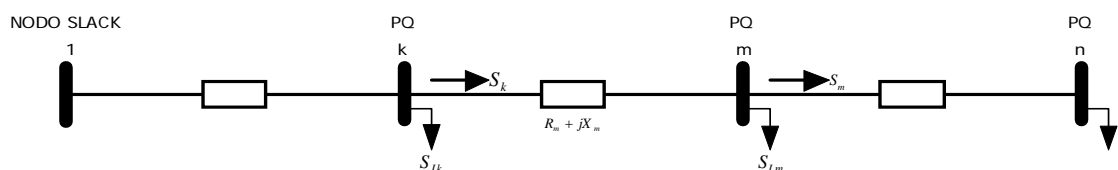


Figura 5.2. Análisis de las relaciones básicas.

De la figura 5.2. Se tiene:

$$S_k = P_k + jQ_k \quad (5.14)$$

$$S_m = P_m + jQ_m \quad (5.15)$$

$$S_{Lm} = P_{Lm} + jQ_{Lm} \quad (5.16)$$

Las perdidas en la rama $(k - m)$, se asumen de la siguiente forma:

$$S_{per} = \Delta V_{km} I_{km}^* = Z_m I_{km} I_{km}^* = Z_m I_{km}^2 = Z_m |I_{km}|^2 \quad (5.17)$$

Donde:

$Z_m = R_m + jX_m$, es la impedancia en la rama $(k - m)$ y I_{km} es la corriente en la rama $(k - m)$. La corriente I_{km} se puede hallar de la siguiente forma:

$$I_{km}^* = \frac{S_k}{V_k} = \frac{P_k - jQ_k}{V_{kr} - jV_{ki}} \quad (5.18)$$

De donde:

$$|I_{km}| = \frac{\sqrt{P_k^2 + Q_k^2}}{V_k} \quad (5.19)$$

$$I_{km}^2 = \frac{P_k^2 + Q_k^2}{V_k^2} \quad (5.20)$$

De esta forma las perdidas son:

$$S_{per} = \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} (R_m + jX_m) \quad (5.21)$$

El balance de potencia en la barra m se asume de la siguiente forma:

$$S_m = S_k - S_{Lm} - S_{per} \quad (5.22)$$

$$P_m + jQ_m = (P_k + jQ_k) - (P_{Lm} + jQ_{Lm}) - \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k} (R_m + jX_m) \quad (5.23)$$

Separando la parte real y la parte imaginaria, se tiene:

$$P_m = P_k - R_m \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} - P_{Lm} \quad (5.24)$$

$$Q_m = Q_k - X_m \frac{(P_k^2 + Q_k^2)}{V_k^2} - Q_{Lm} \quad (5.25)$$

La otra relación fundamental es la relación entre las tensiones V_k y V_m . De la figura 5.2 se tiene:

$$V_k = V_m + \Delta V_{km} \quad (5.26)$$

$$V_m = V_k - \Delta V_{km} \quad (5.27)$$

$$V_m = V_{mr} + jV_{mi} \quad (5.28)$$

$$V_k = V_{kr} + jV_{ki} \quad (5.29)$$

$$\Delta V_{km} = Z_m \cdot I_{km} = Z_m \frac{S_k^*}{V_k} = Z_m \frac{(P_k - jQ_k)}{(V_{kr} - jV_{ki})} \quad (5.30)$$

De la relación anterior se tiene:

$$\Delta V_{km} = \frac{(R_m + jX_m)(P_k - jQ_k)}{V_{kr} - jV_{ki}} = \frac{(R_m P_k + X_m Q_k) + j(X_m P_k - R_m Q_k)}{V_{kr} - jV_{ki}} \quad (5.31)$$

La forma matemática de V_m es la siguiente:

$$V_{mr} + jV_{mi} = V_{kr} + jV_{ki} - \frac{[(R_m P_k + X_m Q_k) + j(X_m P_k - R_m Q_k)]}{V_{kr} - jV_{ki}} \quad (5.32)$$

$$V_{mr} + jV_{mi} = \frac{[V_k^2 - R_m P_k - X_m Q_k] - j[X_m P_k - R_m Q_k]}{V_{kr} - jV_{ki}} \quad (5.33)$$

En la anterior relación, se deben tomar los módulos y elevar al cuadrado de la siguiente manera:

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \left\{ [V_k^2 - R_m P_k - X_m Q_k]^2 + [X_m P_k - R_m Q_k]^2 \right\} \quad (5.34)$$

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \left\{ V_k^4 + R_m^2 P_k^2 + X_m^2 Q_k^2 + 2R_m X_m P_k Q_k - 2V_k^2 (R_m P_k + X_m Q_k) + X_m^2 P_k^2 + R_m^2 Q_k^2 - 2R_m X_m P_k Q_k \right\} \quad (5.35)$$

$$V_m^2 = \frac{1}{V_k^2} \left\{ V_k^4 - 2V_k^2 (R_m P_k + X_m Q_k) + R_m^2 (P_k^2 + Q_k^2) + X_m^2 (P_k^2 + Q_k^2) \right\} \quad (5.36)$$

$$V_m^2 = V_k^2 - 2(R_m P_k + X_m Q_k) + \frac{1}{V_k^2} (R_m^2 + X_m^2) (P_k^2 + Q_k^2) \quad (5.37)$$

Las relaciones (5.24), (5.25) y (5.37) representan el primer conjunto fundamental del algoritmo de Baran-Wu. Estas pueden ser generalizadas para dos barras consecutivas haciendo $k = i$ y $m = i + 1$ asumiendo la siguiente forma:

$$P_{i+1} = P_i - R_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} - P_{L(i+1)} \quad (5.38)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - X_{i+1} \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{V_i^2} - Q_{L(i+1)} \quad (5.39)$$

$$V_{i+1}^2 = V_i^2 - 2(R_{i+1} P_i + X_{i+1} Q_i) + \frac{1}{V_i^2} (R_{i+1}^2 + X_{i+1}^2) (P_i^2 + Q_i^2) \quad (5.40)$$

5.2.1. Caso particular de un único alimentador

Cuando se tiene un sistema de distribución que se compone de un único alimentador, el alimentador es llamado alimentador 0 (cero).

Las variables asociadas a una barra genérica i son las siguientes:

$$x_{0i} = \begin{bmatrix} P_{0i} \\ Q_{0i} \\ V_{0i} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Las relaciones matemáticas fundamentales (5.38), (5.39) y (5.40) se pueden representar como se observa a continuación:

$$x_{0,i+1} = f(x_{0,i}) \quad (5.42)$$

Para el nodo Slack se tienen las dos variables de estado del sistema:

$$z_{00} = \begin{bmatrix} P_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{00} \\ Q_{00} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Donde:

P_{00} y Q_{00} son la potencia activa y reactiva respectivamente, saliendo del nodo Slack.

Además la potencia activa y reactiva que salen de la última barra del sistema, barra n , deben ser iguales a cero.

$$P_{0n} = 0 \quad (5.44)$$

$$Q_{0n} = 0 \quad (5.45)$$

Cuando se tiene un sistema de distribución con un único alimentador, el problema consiste en valores de P_{00} y Q_{00} , que cumplan con las relaciones (5.44) y (5.45). Para lograr esto se debe de solucionar un sistema no lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, el tamaño del sistema no lineal es independiente del número de barras del alimentador.

El sistema no lineal se puede expresar de la siguiente forma:

$$H(z_{00}) = 0 \quad (5.46)$$

Para solucionar el sistema (5.46) se halla el problema de que no son conocidas las relaciones explícitas de P_{0n} y Q_{0n} en función de P_{00} y Q_{00} para determinar la matriz Jacobiana en el proceso de linealización.

Existe una forma alternativa para hallar la matriz Jacobiana. Se debe tener en cuenta que para valores de P_{00} y Q_{00} especificados, se puede comprobar la veracidad de las relaciones (5.46) usando sucesivamente, las ecuaciones fundamentales (5.24), (5.25) y (5.37), iniciando el proceso desde el nodo Slack. Asumiendo que es posible determinar la matriz Jacobiana, entonces se puede utilizar el algoritmo de Newton para solucionar el problema de flujo de carga para un único alimentador. El método de La Cadena es especialmente útil en problemas como la ubicación óptima de condensadores.

5.2.2. Algoritmo de La Cadena

El algoritmo de La Cadena para un único alimentador es de la siguiente forma:

1. Selección de los valores iniciales para P_{00} y Q_{00} .

Selección de valores de P_{00} y Q_{00} iniciales. Valores adecuados pueden hallarse de la sumatoria de todas las cargas del sistema, también se puede tener en cuenta un incremento adicional al considerar las pérdidas.

2. Determinación de los valores de P_{0n} y Q_{0n} .

Utilizando las relaciones fundamentales (5.38), (5.39) y (5.40) se hallan los valores actualizados de P_{0n} y Q_{0n} iniciando el proceso a partir de el nodo Slack.

3. Prueba de convergencia.

Si $|P_{0n}| \leq \varepsilon$ y $|Q_{0n}| \leq \varepsilon$, el proceso debe parar, por que se ha cumplido con el error mínimo permitido. En caso contrario se debe continuar con el paso 4.

4. Construcción la matriz Jacobiana.

$$J = \left[\frac{\partial H(z_{00})}{\partial z_{00}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{0n}}{\partial P_{00}} & \frac{\partial P_{0n}}{\partial Q_{00}} \\ \frac{\partial Q_{0n}}{\partial P_{00}} & \frac{\partial Q_{0n}}{\partial Q_{00}} \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

5. Solucionar el sistema linealizado en la iteración k :

$$J_k \Delta z_{00}^k = -H(z_{00}^k) \quad (5.48)$$

Donde:

$$\Delta z_{00}^k = \begin{bmatrix} \Delta P_{00}^k \\ \Delta Q_{00}^k \end{bmatrix} \quad H(z_{00}^k) = \begin{bmatrix} P_{0n}^k \\ Q_{0n}^k \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

Así se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{00}^k \\ \Delta Q_{00}^k \end{bmatrix} = -[J_k]^{-1} \begin{bmatrix} P_{0n}^k \\ Q_{0n}^k \end{bmatrix} \quad (5.50)$$

6. Actualización de los valores de P_{00} y Q_{00} :

$$P_{00}^{k+1} = P_{00}^k + \Delta P_{00}^k \quad (5.51)$$

$$Q_{00}^{k+1} = Q_{00}^k + \Delta Q_{00}^k \quad (5.52)$$

7. Regresar al paso 2 .

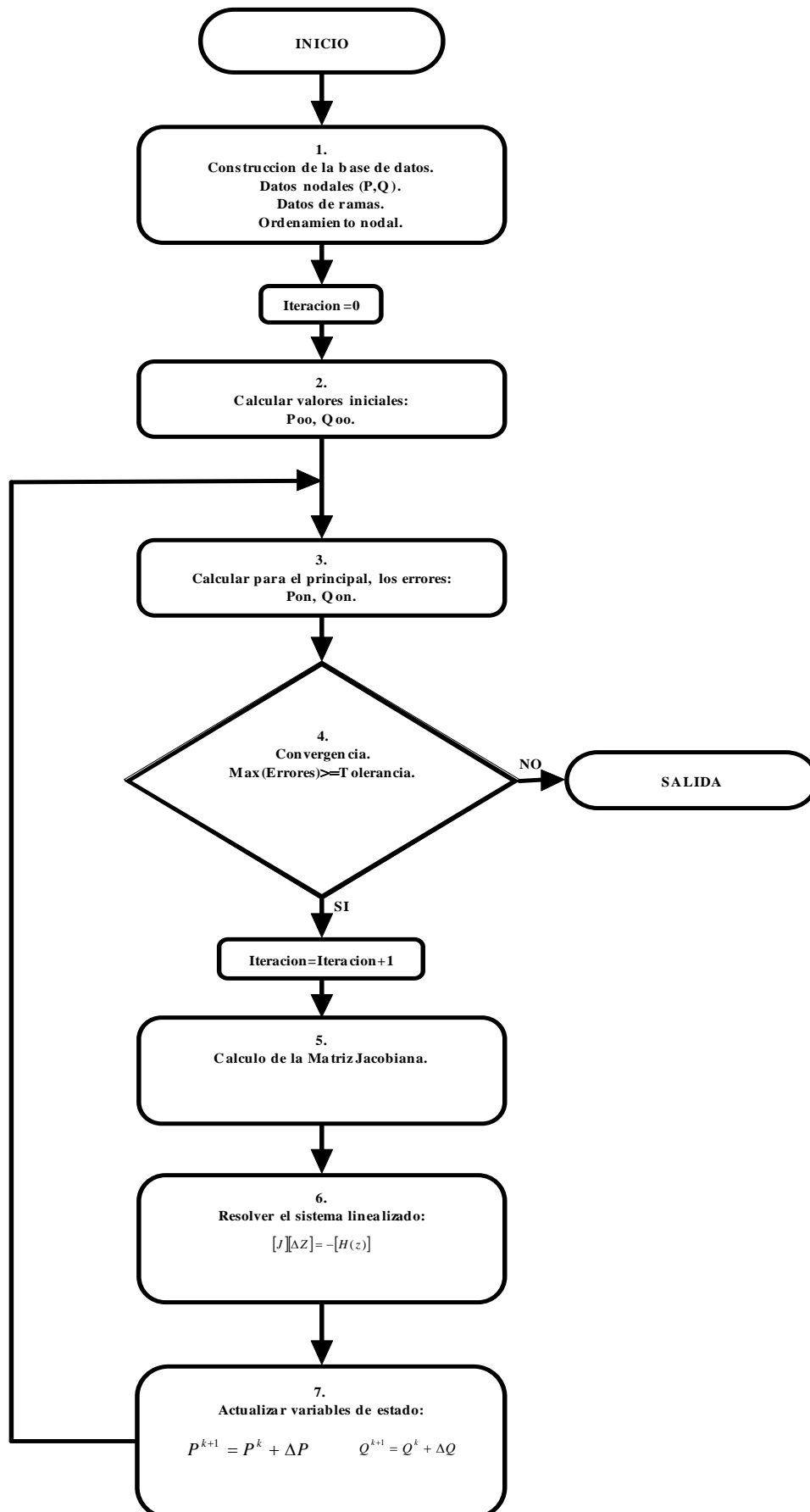


Figura 5.3. Algoritmo para el método de La Cadena.

5.3. METODO DE ROTACION DE EJES

El método de *Rotación de Ejes* se basa en un flujo de carga usando Newton Raphson Desacoplado Rápido (NRDR), pero con algunas pequeñas modificaciones [12].

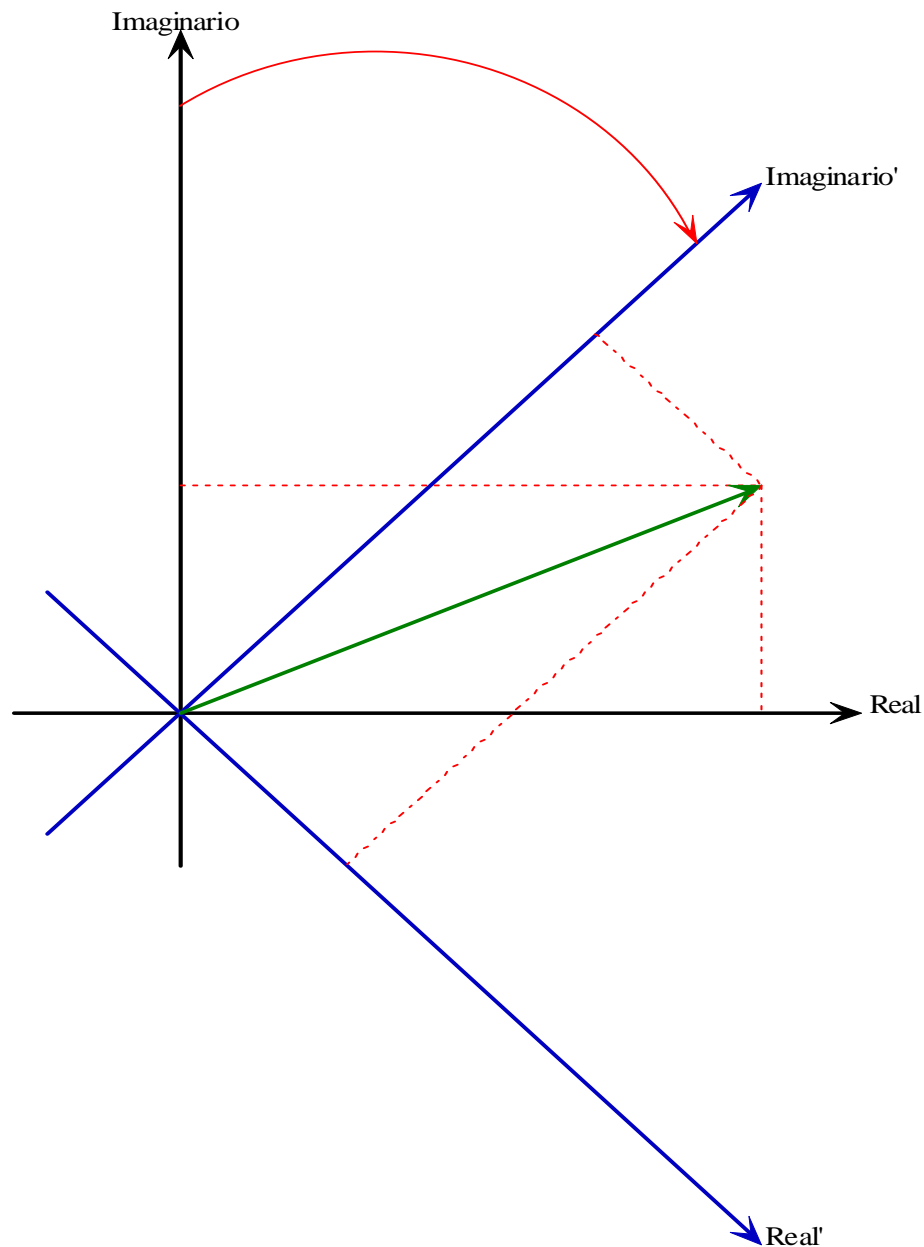


Figura 5.4. Rotación de las impedancias un ángulo θ determinado.

El NRDR no converge cuando se utiliza en sistemas eléctricos de distribución, por la relación X/R que se presenta en estos sistemas. Por esta razón se debe trasladar

temporalmente el sistema de referencia complejo, mediante una rotación de los ejes real e imaginario un cierto Angulo, que se determina experimentalmente. Así las impedancias que se obtienen para el nuevo sistema presentan una relación X/R adecuada, para ser usadas en el NRDR.

Basándose en la figura 5.4. Se puede observar como se realiza la rotación de ejes.

Si se tiene una impedancia $Z = R + jX$, se puede representar en el nuevo sistema coordenado rotado como:

$$Z' = R' + jX' \quad (5.53)$$

$$Z' = Z \cdot e^{j\theta} \quad (5.54)$$

Donde:

$$R' = R \cdot \cos(\theta) - X \cdot \sin(\theta) \quad (5.55)$$

$$X' = R \cdot \sin(\theta) + X \cdot \cos(\theta) \quad (5.56)$$

Cuando se aplica el método de rotación de ejes a la base de datos del sistema, se obtiene una nueva base de datos.

Este método también se debe aplicar a las potencias nodales.

Para la red original se tiene:

$$S = E \cdot I^* \quad (5.57)$$

$$S = E \left(\frac{E}{Z} \right)^* \quad (5.58)$$

$$S = \frac{V^2}{Z^*} \quad (5.59)$$

Para la red modificada, se debe de calcular de la siguiente manera para lograr que el estado de operación de la red sea el mismo:

$$S' = \frac{V^2}{Z^*} \quad (5.60)$$

$$S' = \frac{V^2}{(Z \cdot e^{j\theta})^*} \quad (5.61)$$

$$S' = \frac{V^2}{Z^* \cdot e^{-j\theta}} \quad (5.62)$$

$$S' = S \cdot e^{j\theta} \quad (5.63)$$

Luego de que el método ha convergido, se debe aplicar la rotación en sentido inverso.

5.3.1. Algoritmo de Rotación de Ejes

El siguiente es el algoritmo para aplicar el método de rotación de ejes a un flujo de carga:

1. Asumir el estado inicial de tensión (en magnitud y ángulo) para cada una de las barras (diferentes al nodo Slack), y crear la base de datos del sistema.
2. Rotar las impedancias y potencias inyectadas de la base de datos un Angulo θ :

$$R' = R \cdot \cos(\theta) - X \cdot \sin(\theta) \quad (5.55)$$

$$X' = R \cdot \sin(\theta) + X \cdot \cos(\theta) \quad (5.56)$$

$$S' = S \cdot e^{j\theta} \quad (5.63)$$

3. Calcular los errores iniciales $\Delta P/|V|$.

4. Resolver la ecuación (3.41):

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & -B_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ -B_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & -B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta\delta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta P_n}{|V_n|} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Para calcular $\Delta\delta$.

5. Actualizar los ángulos δ y usarlos para calcular los errores $\Delta Q/|V|$.
6. Resolver la ecuación (3.42):

$$\begin{bmatrix} -B_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & -B_{2n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ -B_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & -B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta|V_2| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta|V_n| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2}{|V_2|} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\Delta P_n}{|V_n|} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Para calcular $\Delta|V|$ y actualizar las magnitudes $|V|$.

7. Regresar a la ecuación (3.41) para repetir la iteración hasta que todos los errores estén dentro de las tolerancias especificadas.

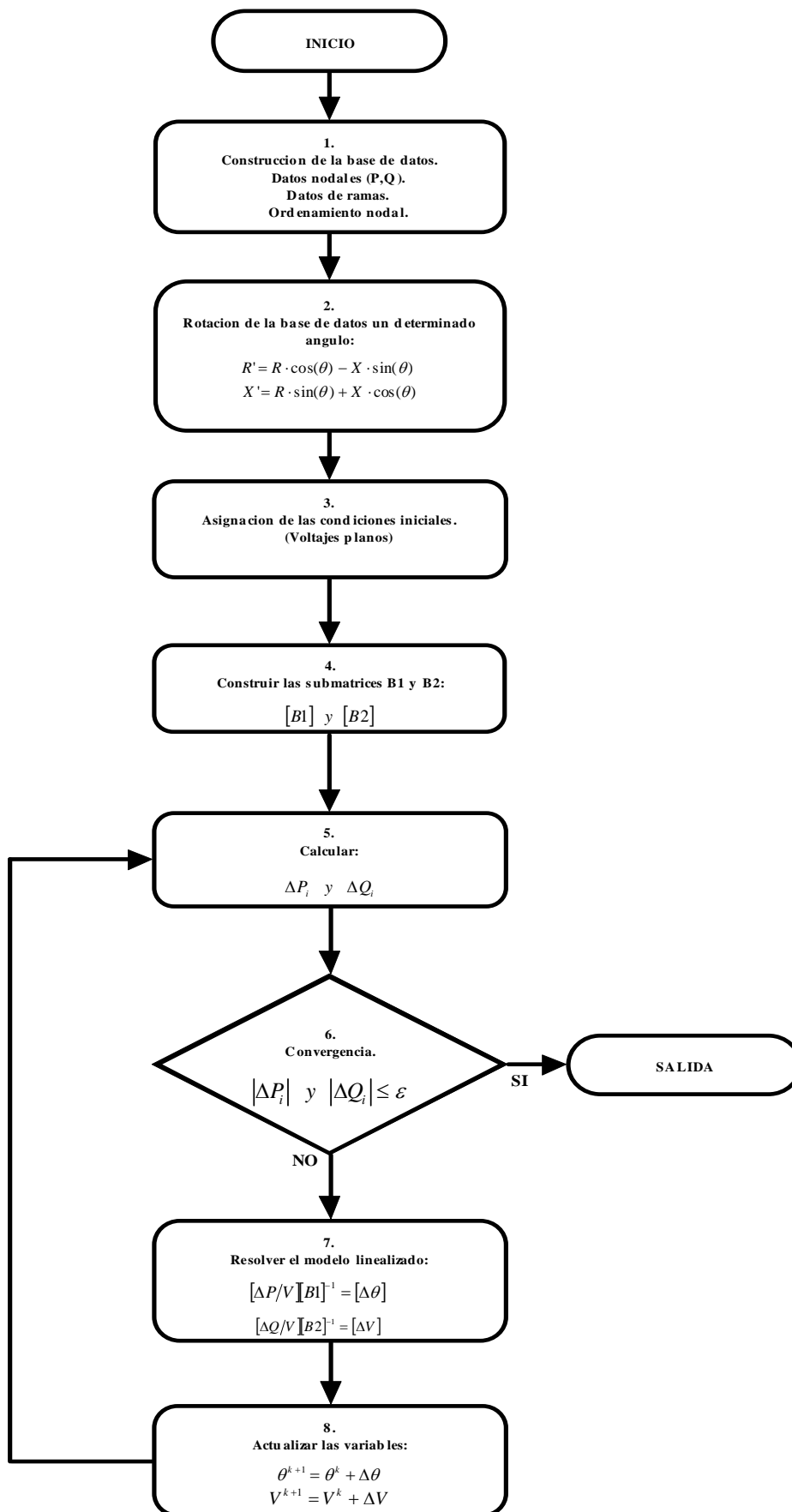


Figura 5.5. Algoritmo para el método de Rotación de Ejes.

Mediante una adecuada solución inicial $V_0 = [V_{21}, V_{31}, \dots, V_{N1}]$, la ecuación (5.64) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$(V_{i1}^* + \Delta V_i^*) \sum_{j=2}^N Y_{ij} (V_{j1} + \Delta V_j) = P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp} \quad (5.65)$$

Si no se llevan en cuenta los términos de segundo orden, se puede obtener la siguiente ecuación linealizada:

$$V_{i1}^* \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N Y_{ij} \Delta V_j + \left(\sum_{j=2}^N Y_{ij} V_{j1} \right) \Delta V_i^* \cong (P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}) - V_{i1}^* \sum_{j=2}^N Y_{ij} \Delta V_{j1} \quad (5.66)$$

Partiendo de la ecuación (5.64), se puede llegar a la siguiente aproximación:

$$\sum_{j=2}^N Y_{ij} V_{j1} \cong \frac{(P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp})}{V_{i1}^*} \quad (5.67)$$

Si se reemplaza la ecuación (5.67) en (5.66) y se divide a ambos lados por V_{i1}^* , resulta:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{j=2 \\ j \neq s}}^N Y_{ij} \Delta V_j + \frac{P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}}{(V_{i1}^*)^2} \Delta V_i^* &\cong \Delta I_i \\ i &= 2, \dots, N \\ i &\neq s \end{aligned} \quad (5.68)$$

En la ecuación (5.68), los deltas de corriente ΔI_i^{Esp} están dados por:

$$\Delta I_i^{Esp} = \frac{P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}}{V_{i1}^*} - \sum_{i=2}^N Y_{ij} V_{j1} \quad (5.69)$$

$$\Delta I_i^{Esp} = \frac{(P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}) - (P_i^{Cal} - jQ_i^{Cal})}{V_{i1}^*} = \frac{\Delta P_i - j\Delta Q_i}{V_{i1}^*} \quad (5.70)$$

Donde:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i^{Esp} - P_i^{Cal} \\ \Delta Q_i &= Q_i^{Esp} - Q_i^{Cal}\end{aligned}\tag{5.71}$$

La ecuación (5.70), se puede reescribir en una matriz compuesta de la siguiente forma:

$$Y_{BUS}\Delta V + D\Delta V^* = \Delta I\tag{5.72}$$

Donde:

$$\begin{aligned}\Delta V &= [\Delta V_2, \Delta V_3, \dots, \Delta V_N]^T \\ \Delta I &= [\Delta I_2, \Delta I_3, \dots, \Delta I_N]^T \\ D &= diag\left[\left(P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}\right)/\left(V_i^*\right)^2\right]\end{aligned}\tag{5.73}$$

Como en las barras $P-Q$ se especifican las cargas y V_{i1} es un valor conocido gracias a la aproximación inicial, solo se requieren N divisiones complejas en el cálculo de la matriz diagonal D . Expresando todos los valores complejos en forma rectangular, se obtiene:

$$(G + jB)(\Delta V_R + j\Delta V_I) + (D_R + jD_I)(\Delta V_R - j\Delta V_I) = (\Delta I_R + j\Delta I_I)\tag{5.74}$$

Donde:

$$Y_{BUS} = G + jB\tag{5.75}$$

Para realizar el cálculo del vector de corrección complejo ΔV en una forma eficiente, se deben separar los valores complejos de (5.75), en su parte real y su parte imaginaria.

$$\begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_R & D_I \\ D_I & -D_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} \quad (5.76)$$

Se define A como:

$$A = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_R & D_I \\ D_I & -D_R \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

Así (5.77) se puede reescribir como:

$$A \begin{bmatrix} \Delta V_R \\ \Delta V_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta I_R \\ \Delta I_I \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

En la ecuación (5.77), la primera matriz de la izquierda no varía durante el proceso de flujo de carga y se puede simplificar, puede ser representada como la parte real e imaginaria de la matriz Admitancia de Nodos. De esta forma solo es necesaria la actualización de la matriz diagonal D y del vector delta de corriente ΔI en cada iteración realizada.

La solución de la ecuación (5.78), permite recalcular los voltajes en las barras del sistema, hasta que los deltas de potencia cumplen con una tolerancia permitida. Se puede observar que la matriz A en la ecuación (5.78) es dispersa, este patrón de dispersidad es idéntico al de la matriz Admitancia de Nodos. Debido a que los sistemas de distribución son en general radiales (no presentan anillos) la matriz A que se obtiene es dispersa, así la solución de la ecuación (5.78) se puede lograr en un menor tiempo computacional usando técnicas de dispersidad y un método de ordenamiento adecuado (factorización triangular). Por medio del ordenamiento se puede lograr que la estructura de la matriz A , sea idéntica a la de la matriz de Admitancia de Nodos (Y_{BUS}). En consecuencia el ordenamiento producido por la

factorización de A , se puede realizar en la etapa de construcción de la Y_{BUS} . La organización de las variables de ΔV en parejas, como $[\dots, (\Delta V_{Ri}, \Delta V_{Li}), \dots]^T$ permite reordenar la ecuación lineal (5.78). Debido a que la estructura de A se puede identificar por Y_{BUS} , el ordenamiento y la factorización simbólica se pueden realizar de una manera rápida [9].

5.4.1. Algoritmo Basado en la Formulación de la Y_{BUS}

Los siguientes son los pasos para aplicar el algoritmo del método basado en la formulación de la Y_{BUS} :

1. Asumir el estado inicial de tensión (en magnitud y Angulo) para cada una de las barras (diferentes al nodo Slack), y crear la base de datos del sistema.
2. Crear la matriz Y_{BUS} , y realizar el ordenamiento de la misma mediante la factorización triangular.
3. Construir la matriz jacobiana A :

$$A = \begin{bmatrix} G & -B \\ B & G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_R & D_I \\ D_I & -D_R \end{bmatrix} \quad (5.77)$$

4. Calcular:

$$\begin{matrix} P^{Cal} \\ Q^{Cal} \end{matrix} \quad (5.79)$$

5. Calcular los deltas de potencia activa y reactiva:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i^{Esp} - P_i^{Cal} \\ \Delta Q_i &= Q_i^{Esp} - Q_i^{Cal}\end{aligned}\tag{5.71}$$

6. Determinar si el método converge:

$$\begin{aligned}\Delta P_{MAX} &\leq \varepsilon \\ \Delta Q_{MAX} &\leq \varepsilon\end{aligned}\tag{5.80}$$

Si converge SALIR. De lo contrario continuar con el paso 7 .

7. Calcular los deltas de corriente y la matriz diagonal D .

$$\begin{aligned}\Delta I &= [\Delta I_2, \Delta I_3, \dots, \Delta I_N]^T \\ D &= diag \left[(P_i^{Esp} - jQ_i^{Esp}) / (V_i^*)^2 \right]\end{aligned}\tag{5.81}$$

8. Recalcular las tensiones en las barras del sistema.

$$V^{(k+1)} = V^{(k)} + (\Delta V_R + j\Delta V_I)\tag{5.82}$$

9. Regresar al paso 4 .

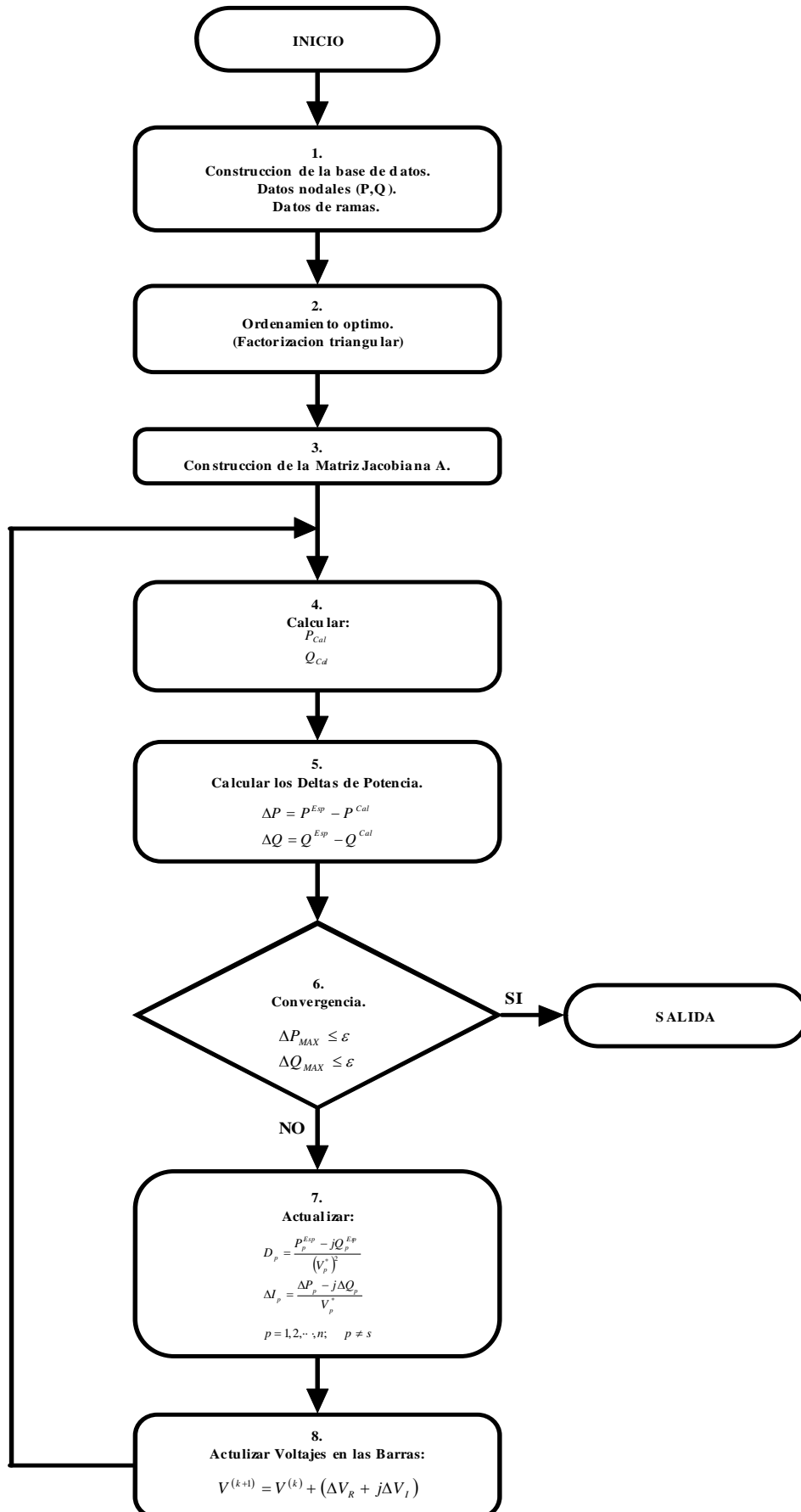


Figura 5.7. Algoritmo para el método Basado en la Formulación de la. Y_{BUS} .

6. RESULTADOS

En este capítulo se muestran una serie de pruebas sobre sistemas de distribución ampliamente conocidos en la literatura especializada, para efectuar el correspondiente estudio comparativo sobre las diferentes metodologías de solución del flujo de potencia estudiadas en este trabajo.

Se efectuaron pruebas como la medición del tiempo de cálculo que tarda cada uno de los métodos para llegar a la solución ante diferentes estados del sistema eléctrico. Se analizó el comportamiento de cada una de las metodologías al hacer variaciones de la tolerancia y de la carga inyectada en los barrajes. Se observó como se comportan algunas de las metodologías al trabajar con los diferentes modelos de carga y matrices dispersas.

Todos los métodos desarrollados en este trabajo fueron programados usando MATLAB® 7.0, en un computador con procesador AMD de 1.90 GHz y memoria RAM de 384 MB.

Aunque MATLAB no presenta la misma eficiencia en cuanto a velocidad de cálculo que lenguajes de programación como Fortran, Delphi o C++. Es de suma utilidad para efectos comparativos.

6.1. BASES DE DATOS UTILIZADAS

Para el desarrollo de las pruebas se utilizaron las siguientes bases de datos:

- ◆ Sistema de prueba 4 nodos:

Esta base de datos se conformo a partir de otras bases de datos que se tenían de la literatura especializada IEEE.

- ◆ Sistema de prueba 10 nodos:

Esta base de datos se conformo a partir de otras bases de datos que se tenían de la literatura especializada IEEE.

- ◆ Sistema de prueba IEEE de 14 nodos:

Sistema tomado de la literatura especializada IEEE presentado por Civalar [22].

- ◆ Sistema de prueba IEEE de 52 nodos:

Sistema tomado de la literatura especializada IEEE propuesto en [23].

- ◆ Sistema de prueba IEEE de 135 nodos:

Sistema equilibrado de 135 nodos, fue planteado para minimizar perdidas de potencia y presenta una elevada complejidad matemática [24].

La información correspondiente a cada una de las bases de datos de puede observar en el **anexo 2**.

6.2. TIEMPO DE CALCULO SEGÚN EL METODO UTILIZADO

En este análisis se puede observar el tiempo de cálculo requerido por cada uno de los métodos en estudio con respecto a cada uno de los diferentes sistemas de interés. La forma en que se presenta la información, indica el tiempo que tarda en hallar la solución cada uno de los métodos con respecto a una red específica.

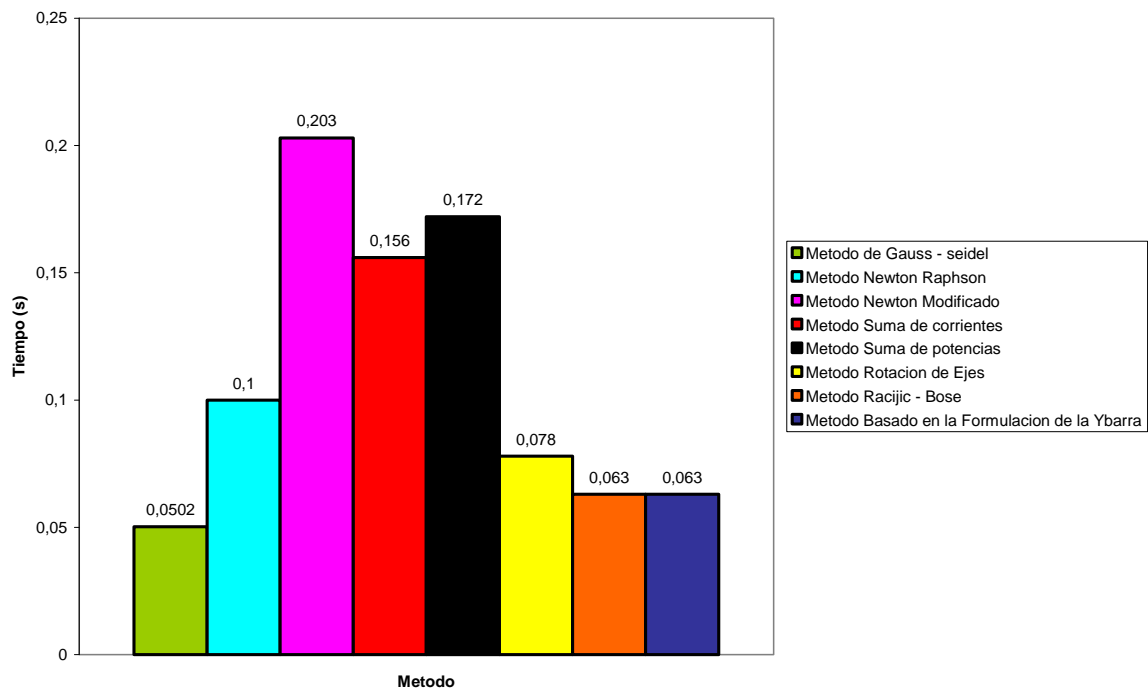


Figura 6.1. Tiempo de cálculo para cada método aplicando la Base de datos de 4 nodos.

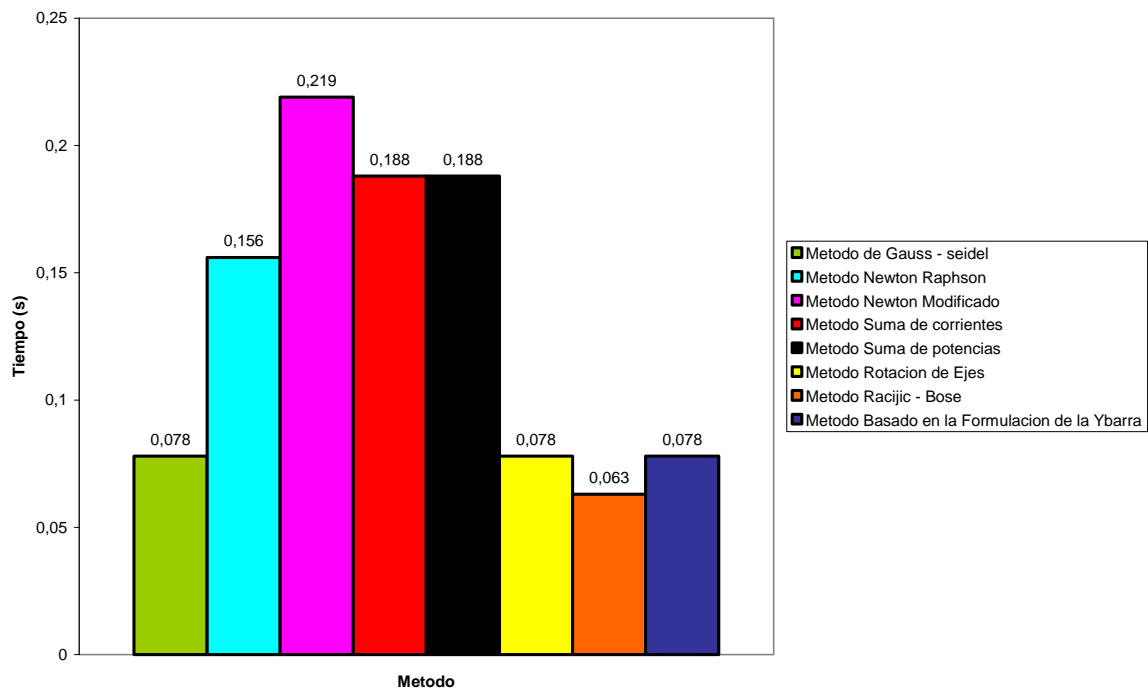


Figura 6.2. Tiempo de cálculo para cada método aplicando la Base de datos de 10 nodos.

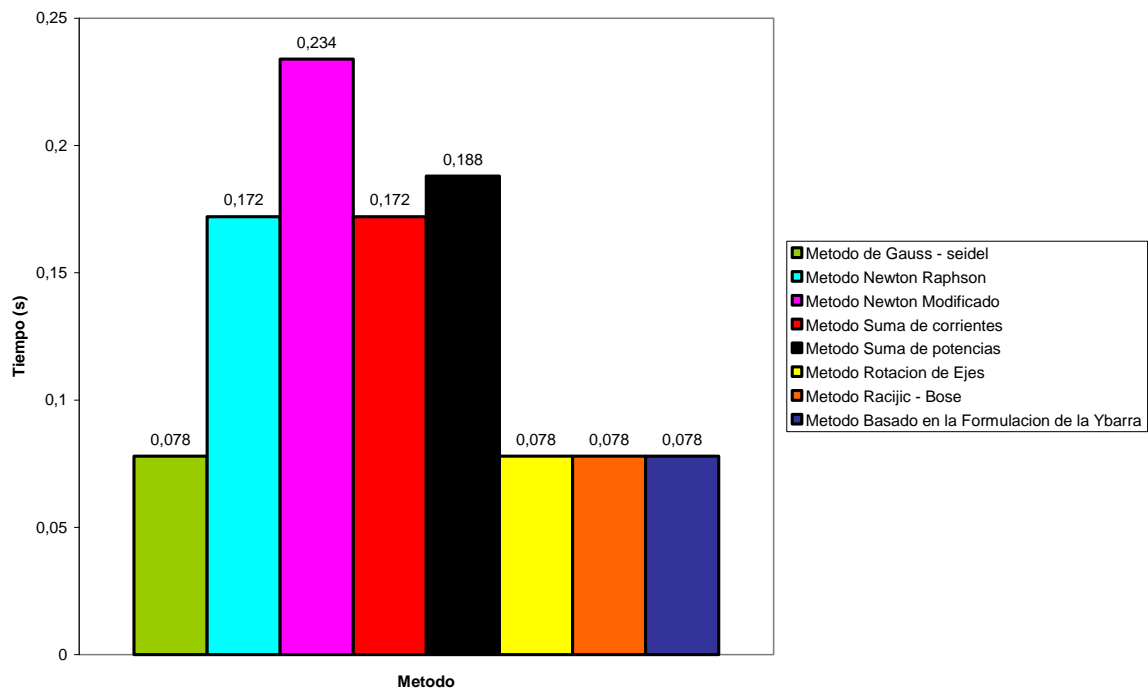


Figura 6.3. Tiempo de cálculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 14 nodos.

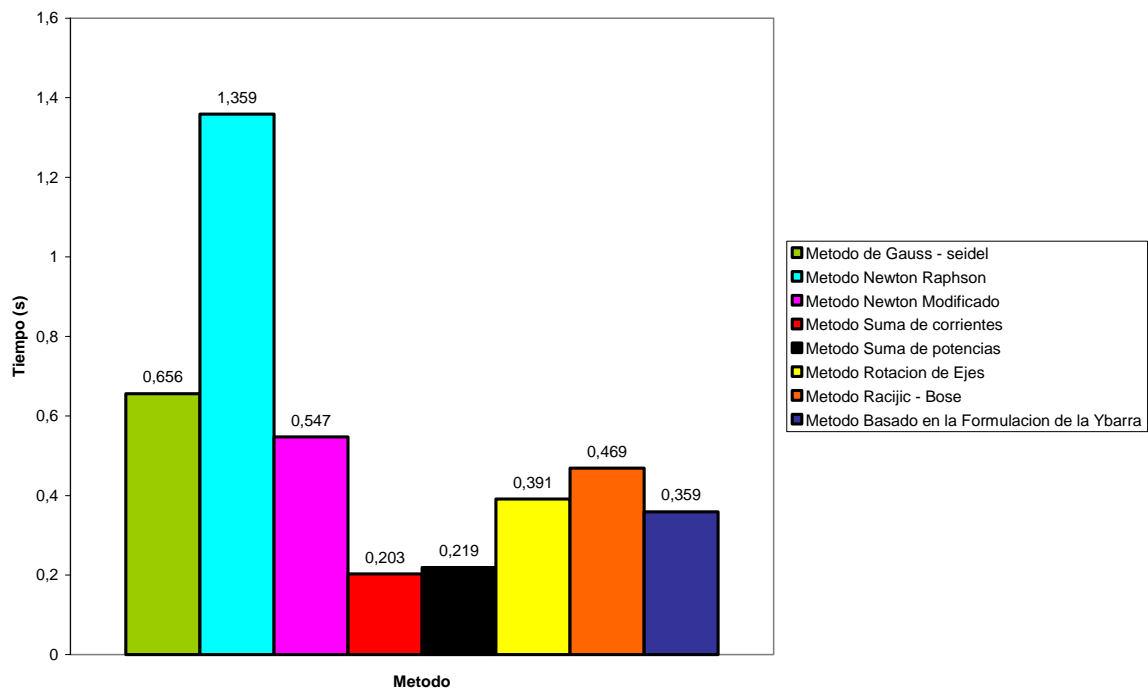


Figura 6.4. Tiempo de cálculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 52 nodos.

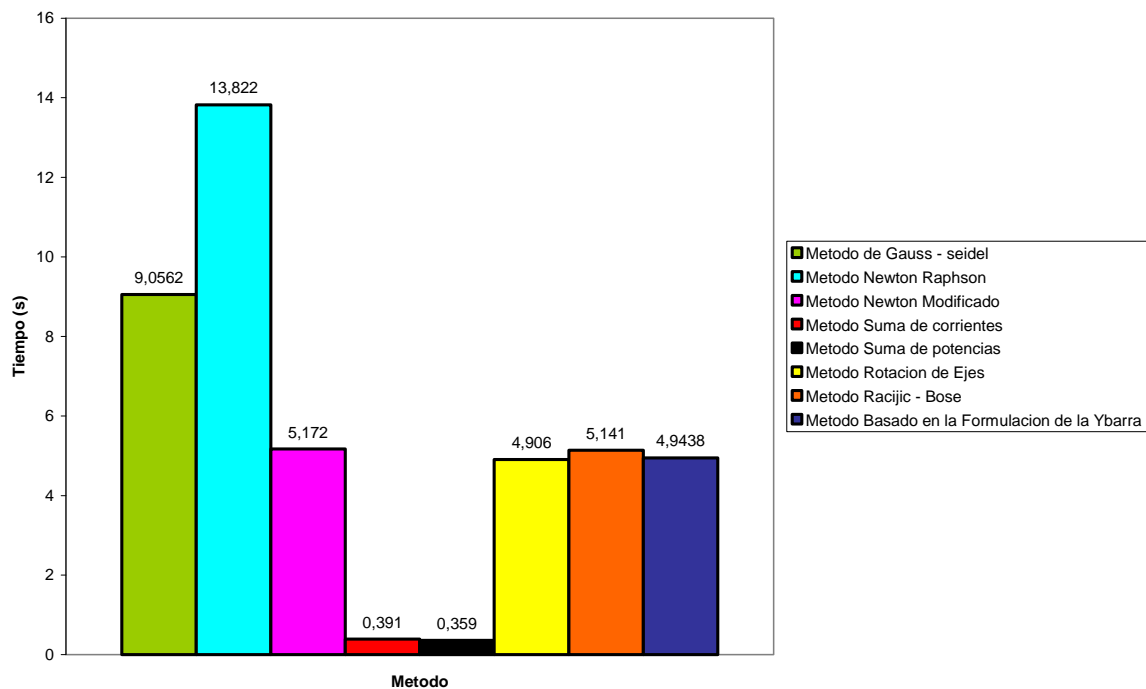


Figura 6.5. Tiempo de cálculo para cada método aplicando la Base de datos IEEE de 135 nodos.

En la figura 6.5. Se puede observar que los métodos de Suma de Corrientes y Suma de Potencias, presentan tiempos de cálculo muy bajos con respecto a las demás metodologías.

6.3. TIEMPO DE CALCULO AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS

En esta sección se hará una comparación del tiempo de cálculo de cada uno de los métodos con respecto a cada una de las bases de datos de los diferentes sistemas. Se pretende determinar el comportamiento del tiempo de cálculo que requiere cada método al ser aplicado a diferentes sistemas de prueba con un grado de complejidad cada vez mayor. Inicialmente se presentan graficas individuales del comportamiento de cada metodología y final mente se hace una comparación en un solo grafico de todos los métodos en estudio con respecto a cada una de las bases de datos.

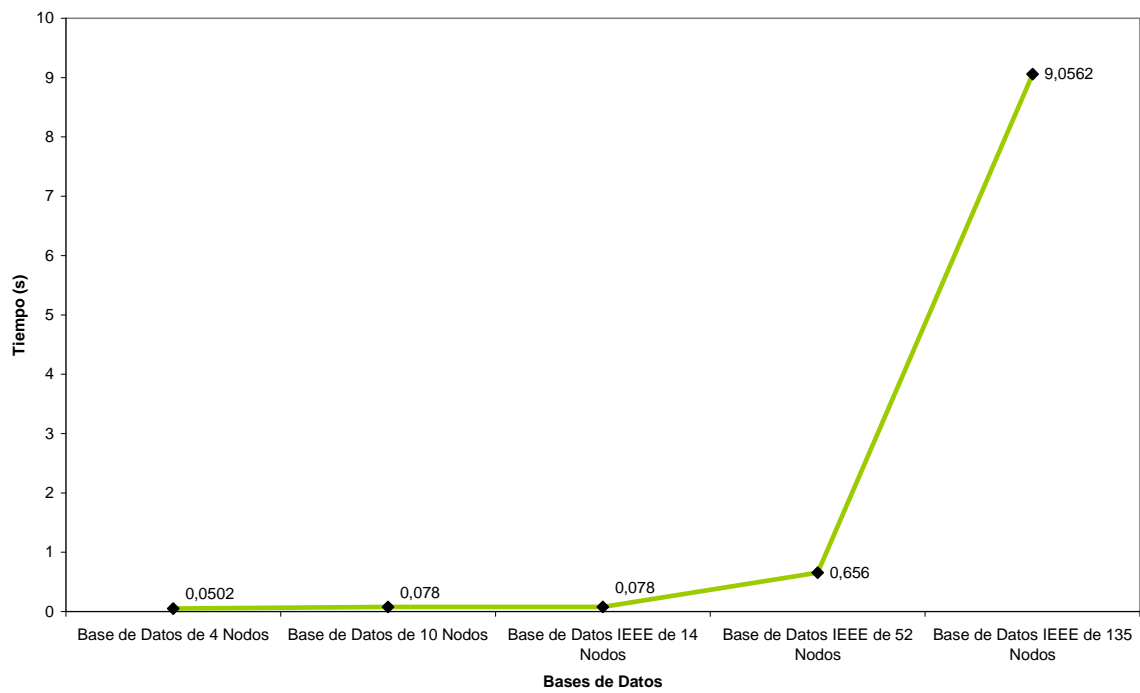


Figura 6.6. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Gauss-Seidel al aplicarlo a diferentes sistemas.

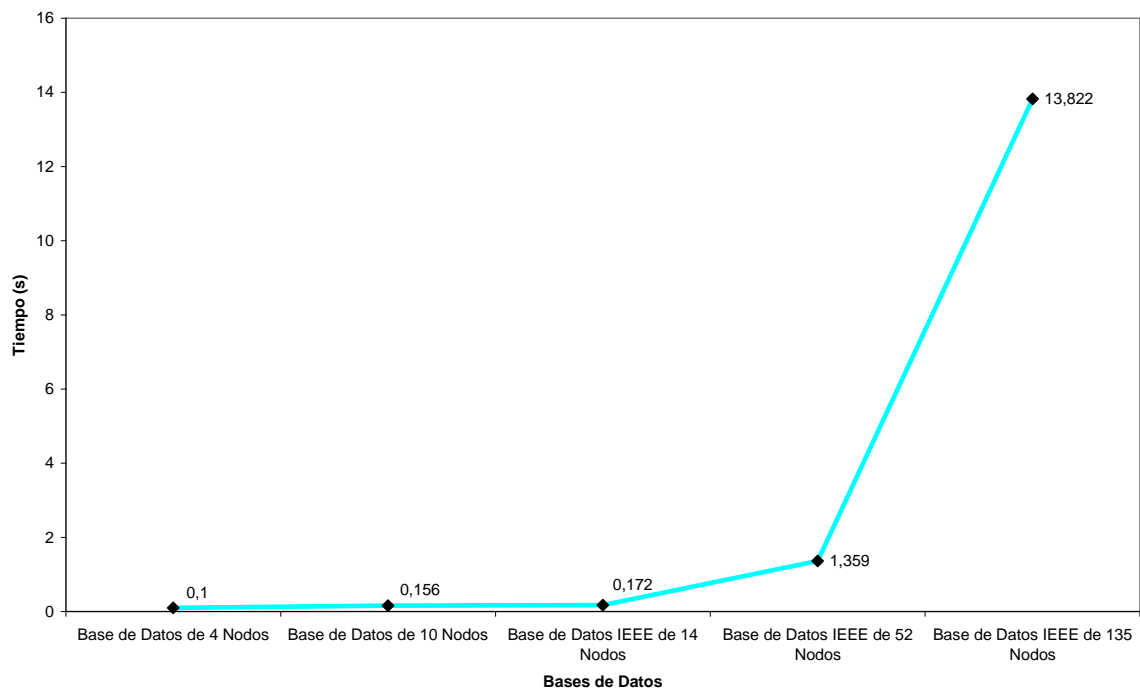


Figura 6.7. Comportamiento del tiempo de cálculo para método de Newton Raphson al aplicarlo a diferentes sistemas.

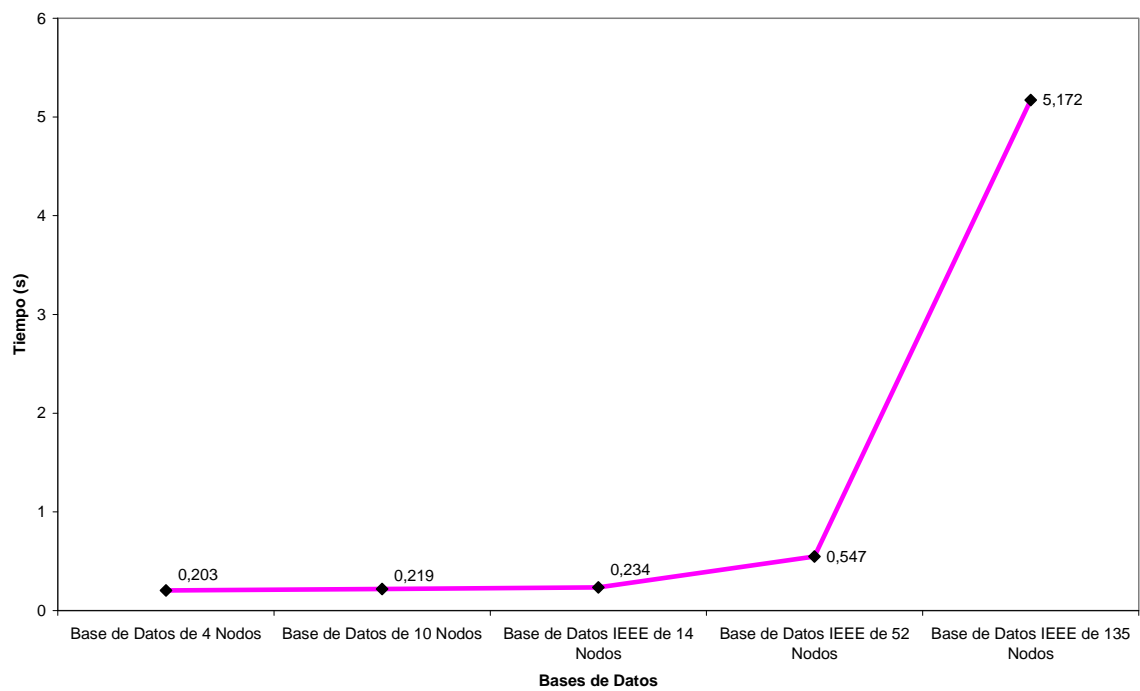


Figura 6.8. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Newton Modificado al aplicarlo a diferentes sistemas.

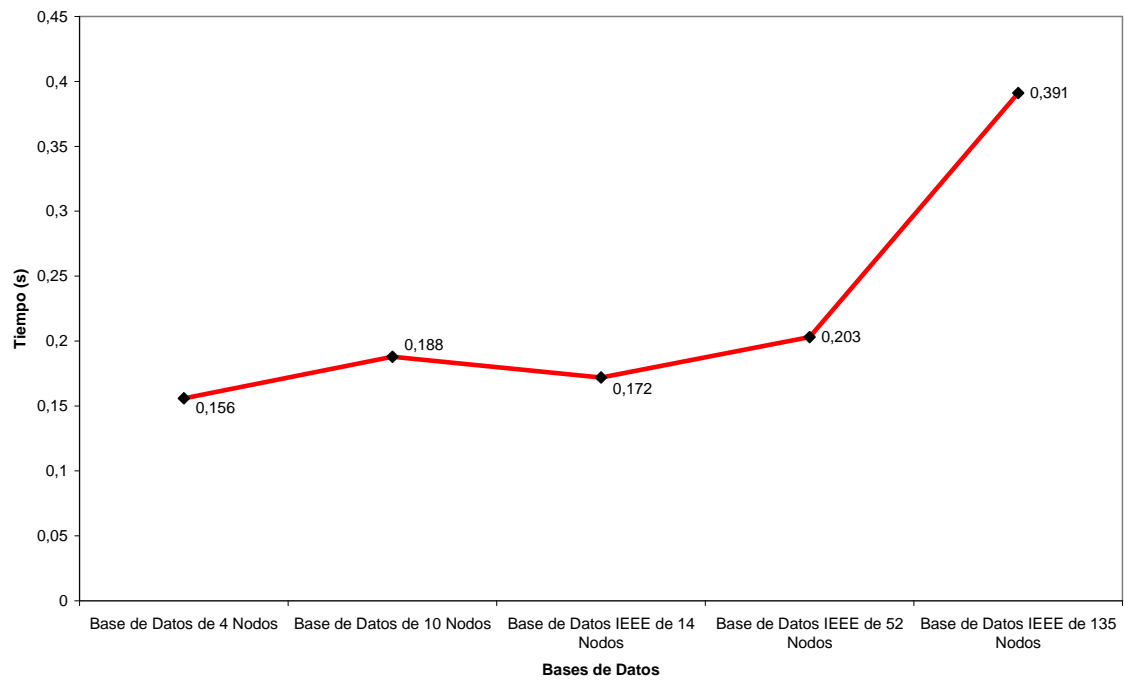


Figura 6.9. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Corrientes al aplicarlo a diferentes sistemas.

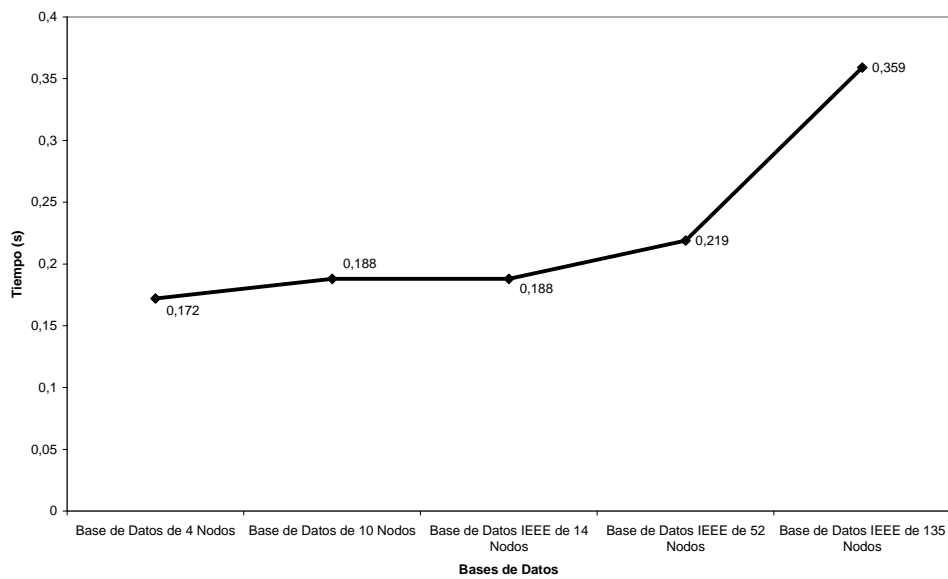


Figura 6.10. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Potencias al aplicarlo a diferentes sistemas.

En esta grafica se puede observar que el comportamiento del método de Suma de Potencias con respecto al tiempo de cálculo es muy diferente al comportamiento de las demás metodologías de flujo de carga. Los tiempos no se exceden demasiado cuando se pasa de un sistema a otro de mayor complejidad.

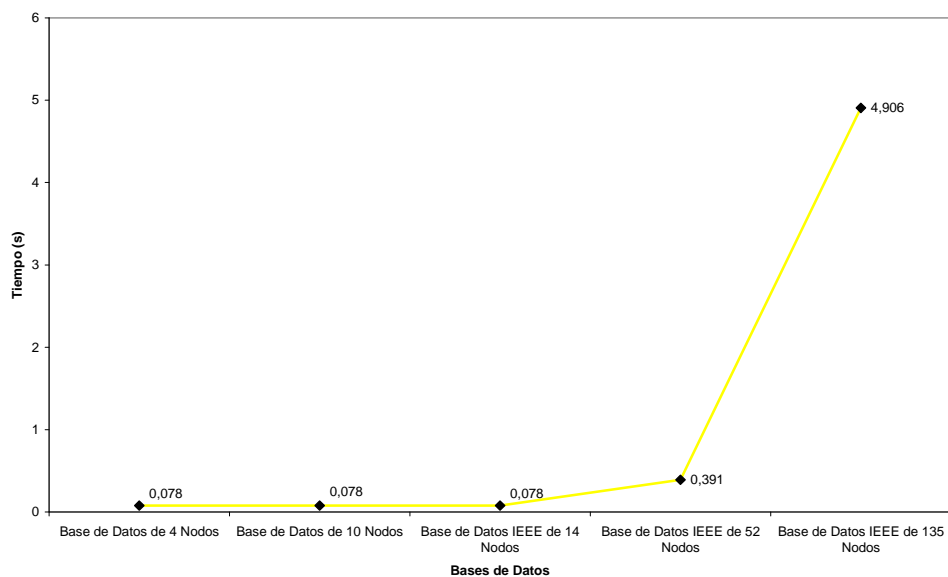


Figura 6.11. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Rotación de Ejes al aplicarlo a diferentes sistemas.

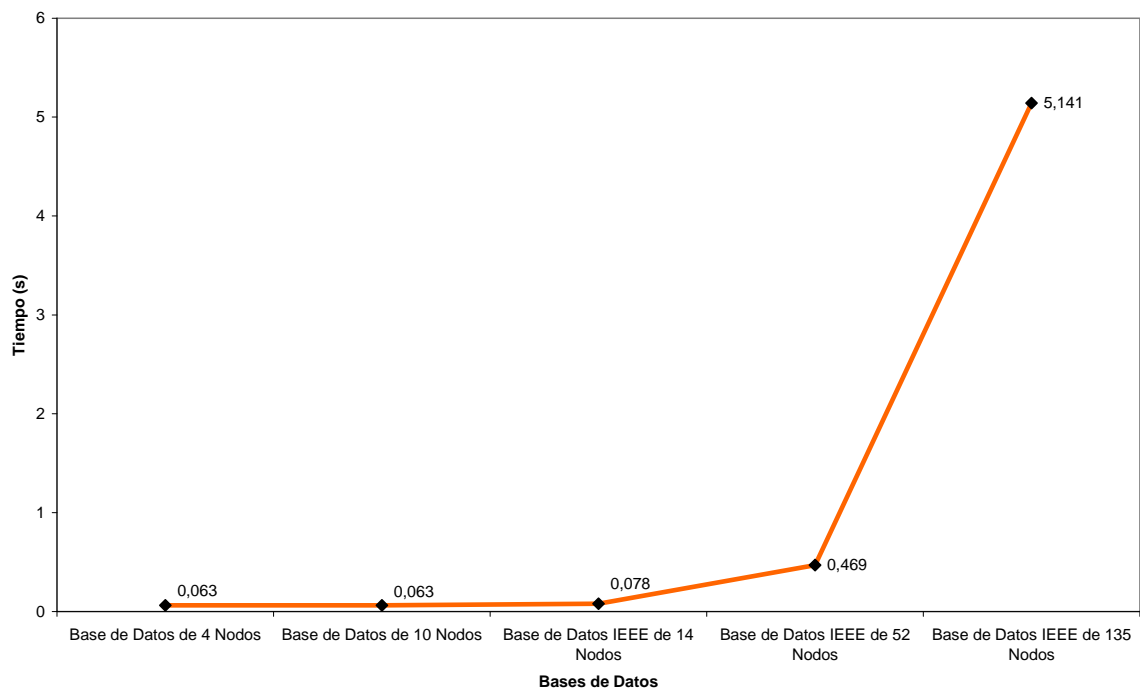


Figura 6.12. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Racijic-Bose al aplicarlo a diferentes sistemas.

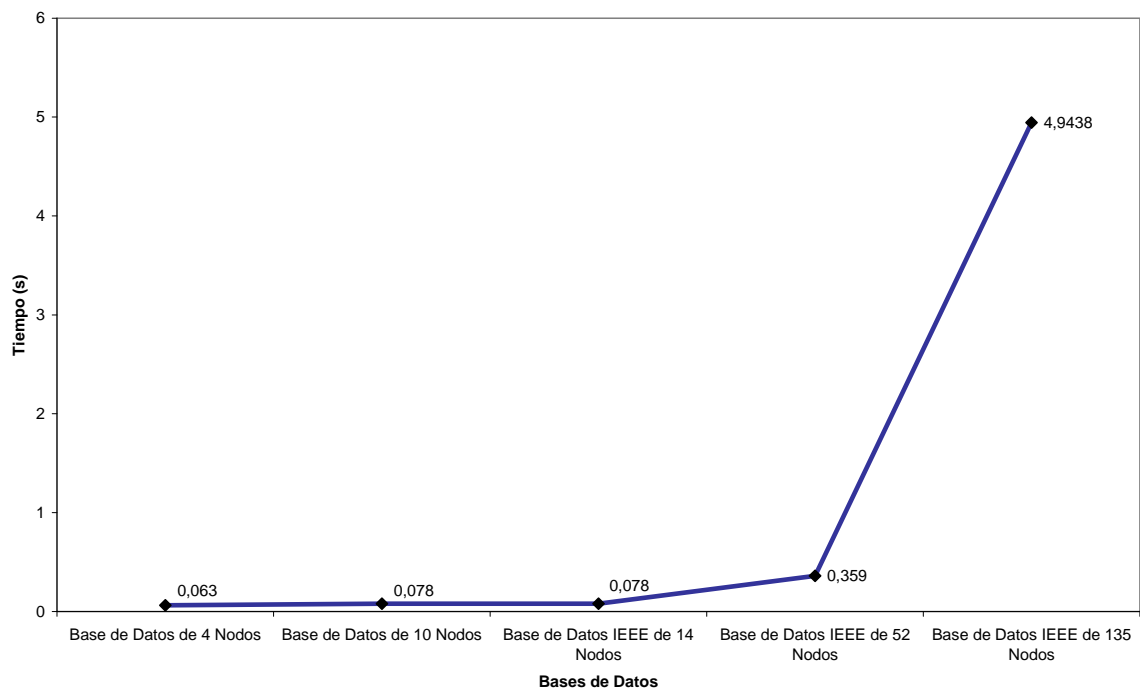


Figura 6.13. Comportamiento del tiempo de calculo para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al aplicarlo a diferentes sistemas.

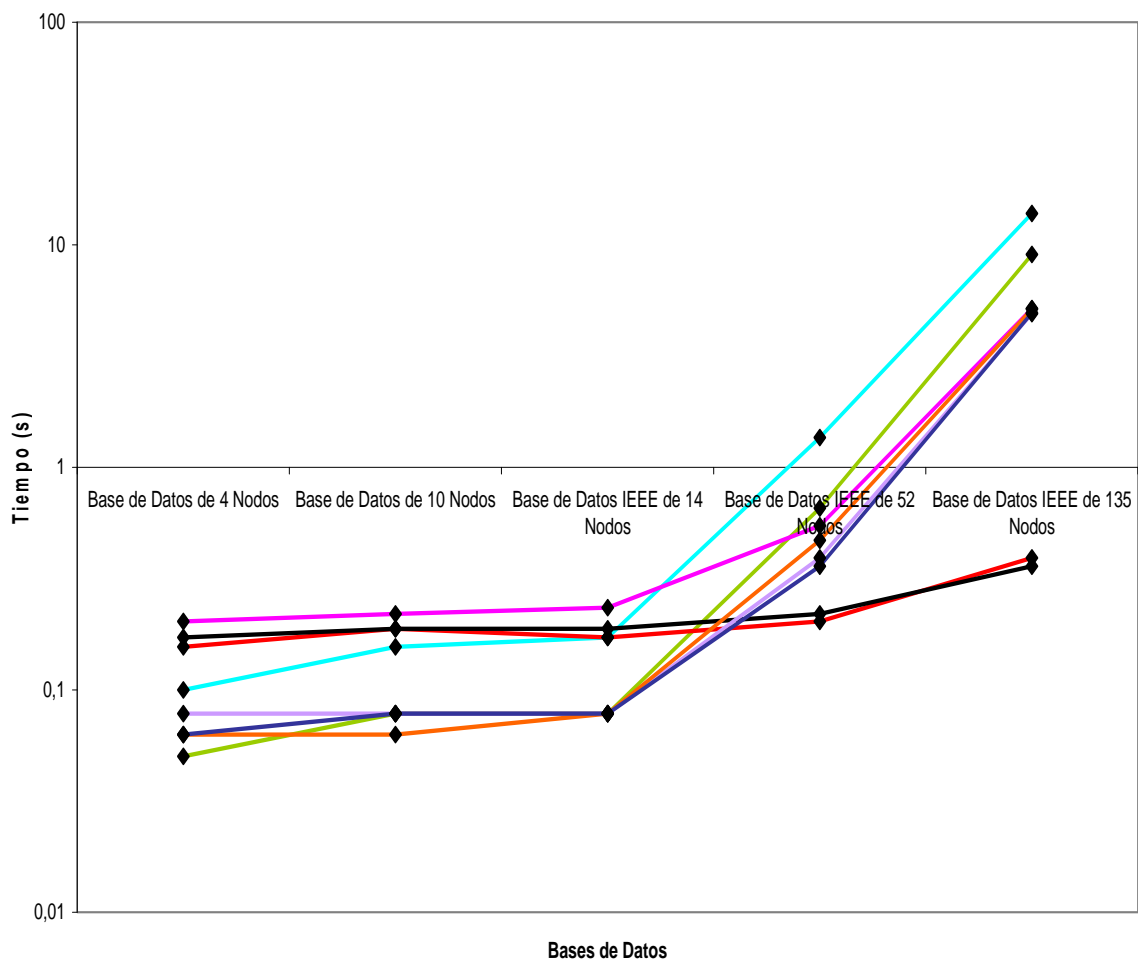


Figura 6.14. Comportamiento del tiempo de cálculo en simultánea para todos los métodos al aplicarlos a diferentes sistemas.

La mayoría de las metodologías de flujo de carga estudias presentan tiempos de calculo bajos cuando se aplican en redes con un grado de dificultad bajo, al ser aplicadas a redes grandes el tiempo de calculo se eleva demasiado. Los métodos de Suma de Corrientes y suma de Potencias presentan un comportamiento aceptable ya que manejan tiempos de cálculo bajos y al aumentar el grado de dificultad de la red los tiempos no se elevan exageradamente.

6.4. NUMERO DE ITERACIONES AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS

Se realiza una comparación del número de iteraciones que requiere cada metodología para llegar a la solución con respecto a cada una de las bases de datos de las diferentes redes en estudio. Se presentan en forma individual graficas para cada método con respecto a todas las bases de datos y posterior mente se realiza una grafica en donde se unifican todas las metodologías para facilitar su comparación.

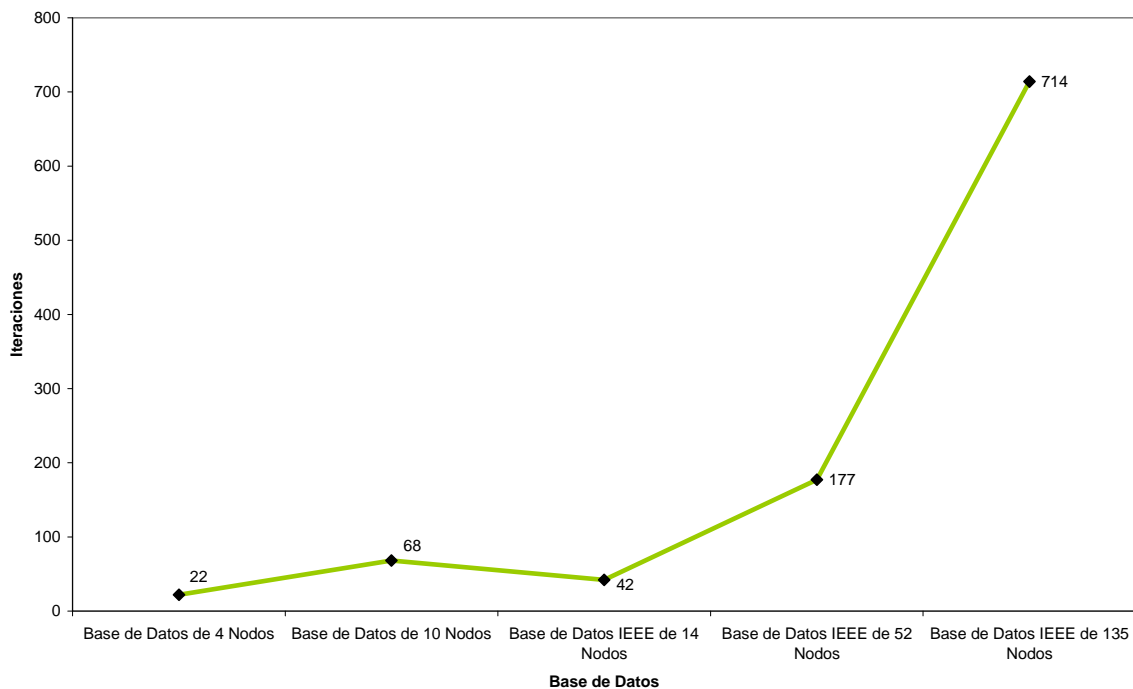


Figura 6.15. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al aplicarlo a diferentes sistemas.

En el método de Gauss-Seidel el número de iteraciones requeridas se incrementa demasiado a medida que el grado de dificultad de base de datos aumenta. Básicamente es adecuado solo para redes pequeñas.

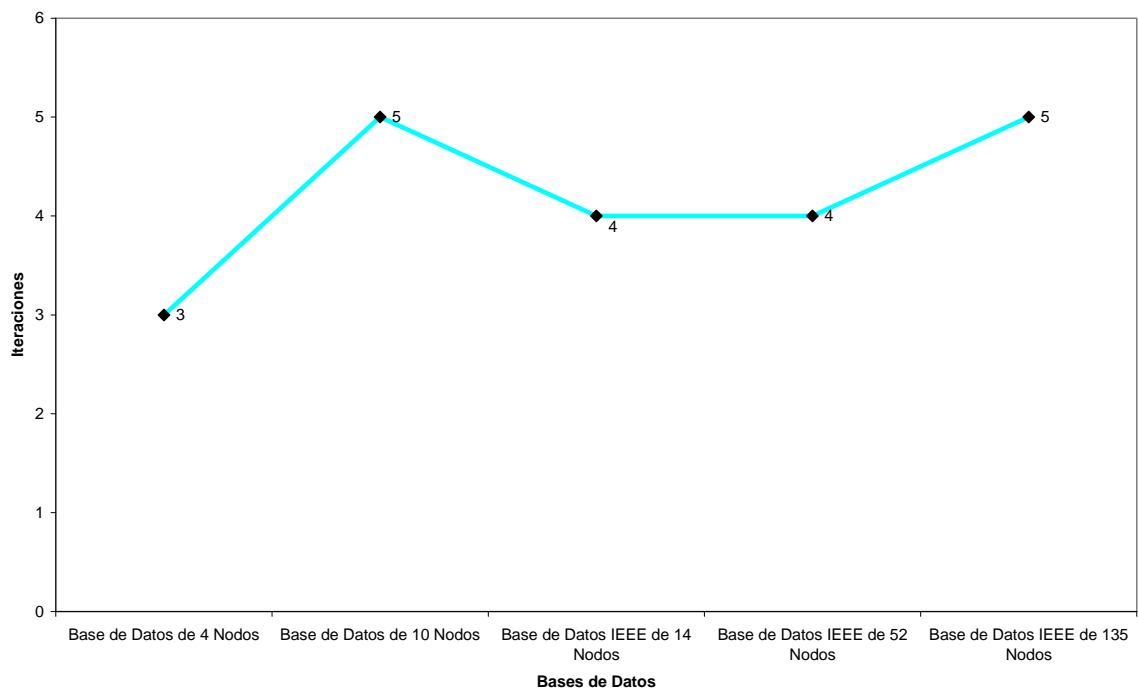


Figura 6.16. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Raphson al ser aplicado a diferentes sistemas.

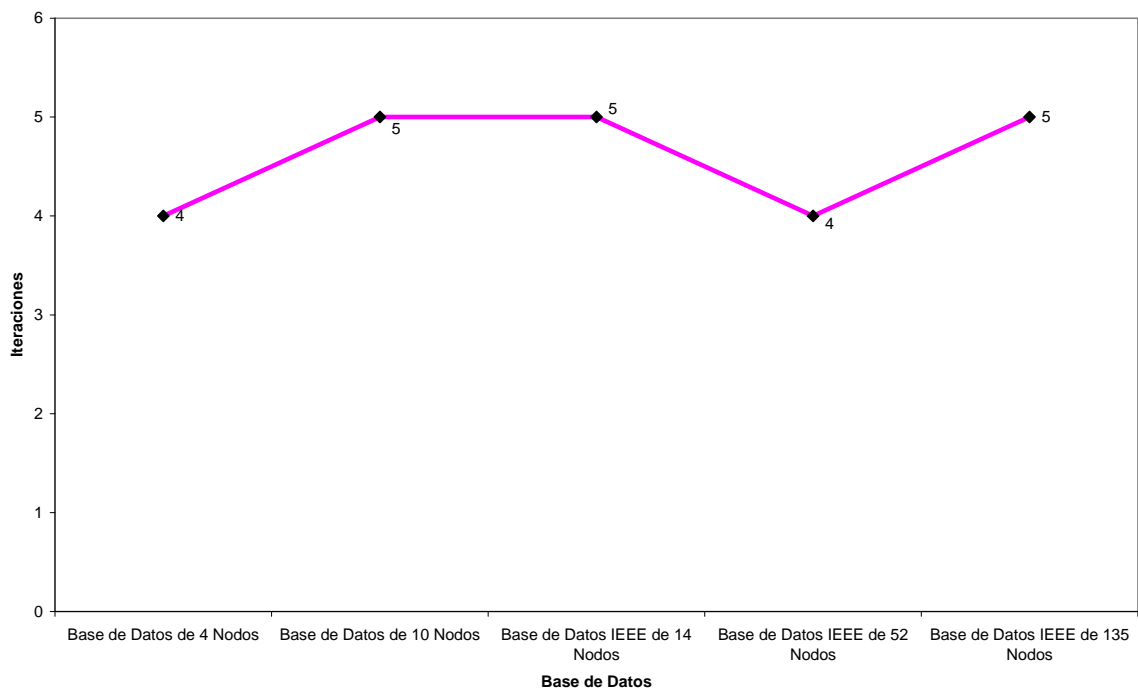


Figura 6.17. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Modificado al aplicarlo a diferentes sistemas.

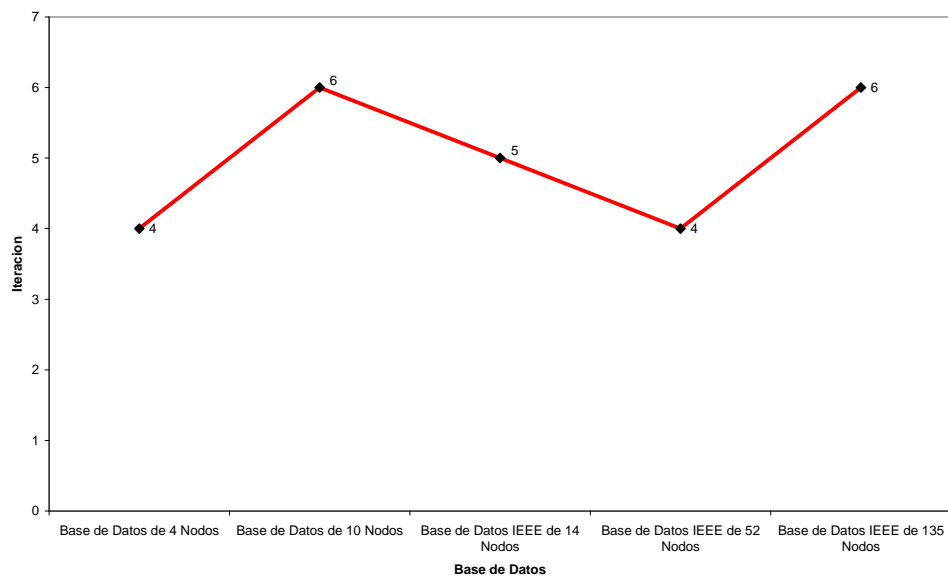


Figura 6.18. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al aplicarlo a diferentes sistemas.

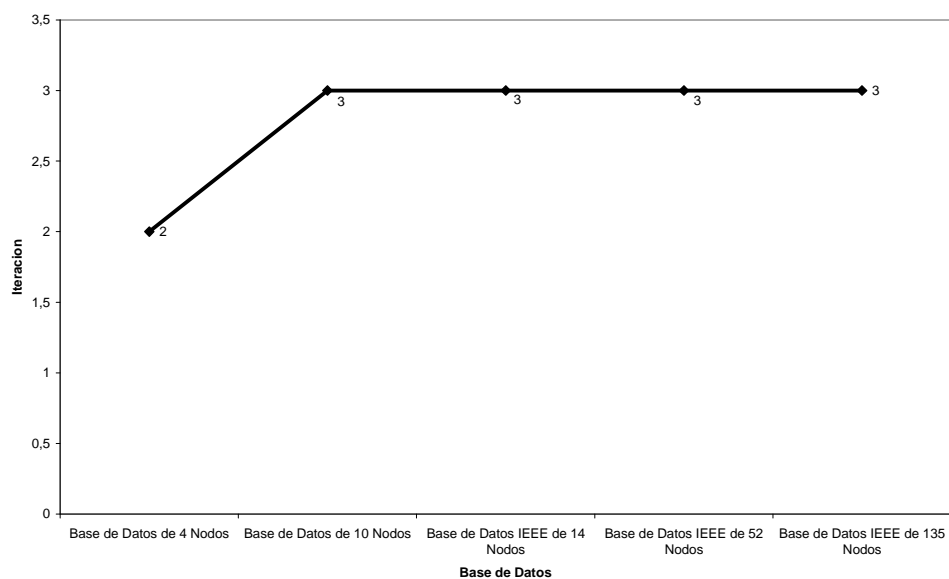


Figura 6.19. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Suma de Potencias al aplicarlo a diferentes sistemas.

El método de suma de potencias es muy estable en cuanto al número de iteraciones requeridas, ya que para casi todas las redes el método siempre converge en el mismo número de iteraciones.

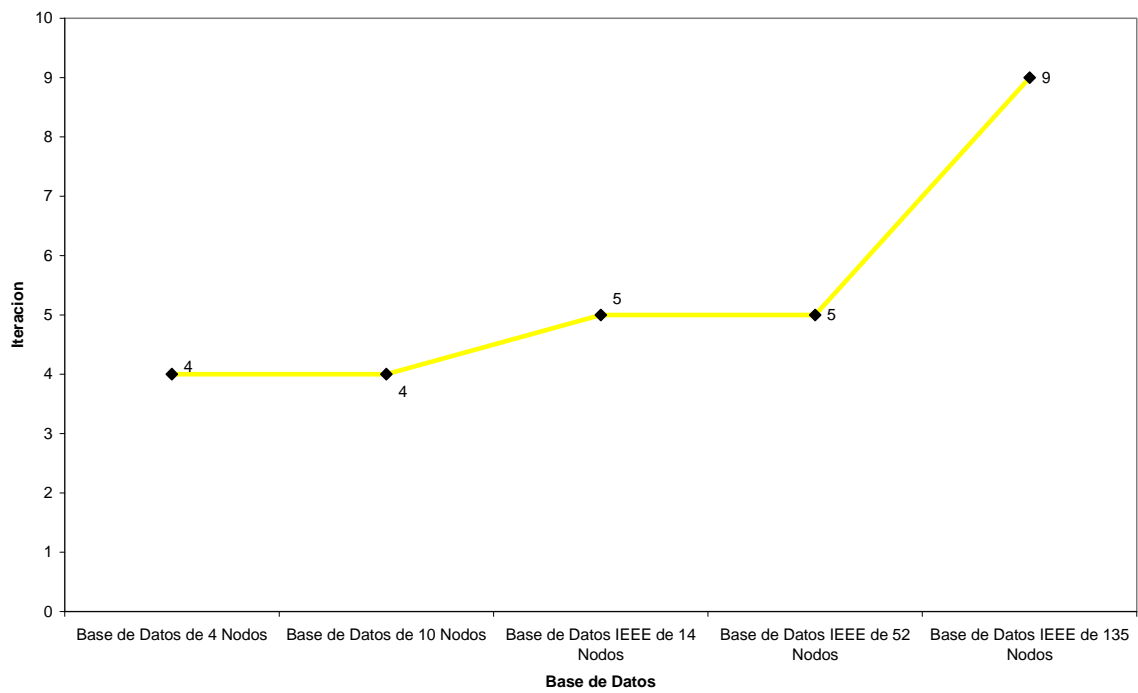


Figura 6.20. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al aplicarlo a diferentes sistemas.

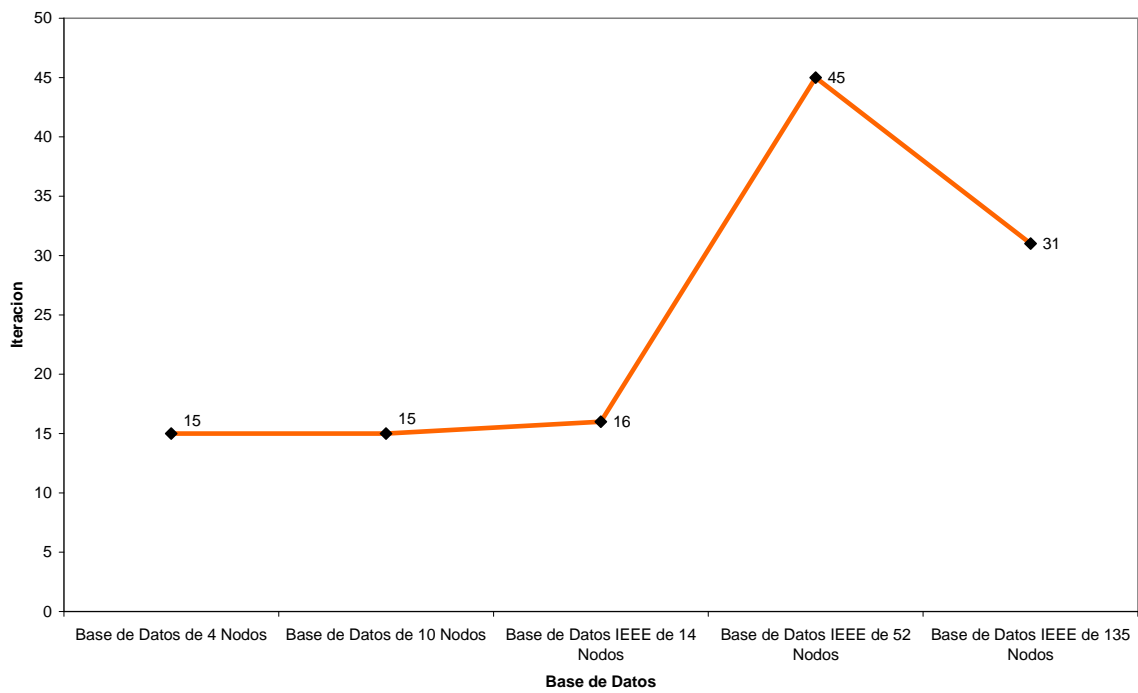


Figura 6.21. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Raciujic-Bose al aplicarlo a diferentes sistemas.

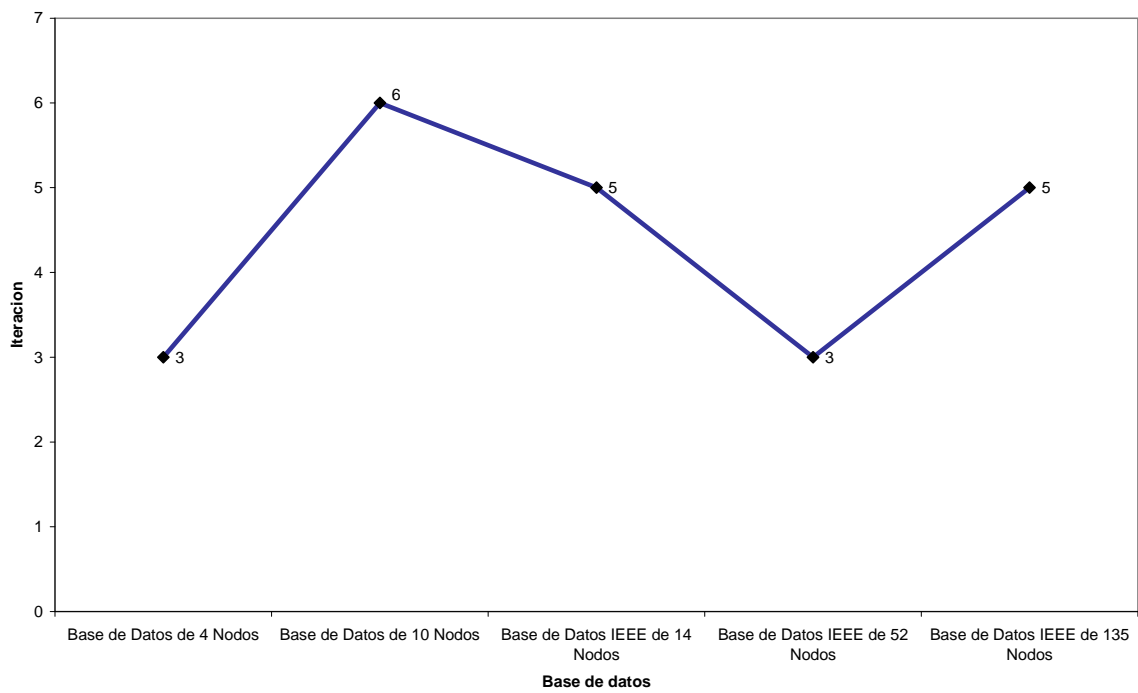


Figura 6.22. Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al aplicarlo a diferentes sistemas.

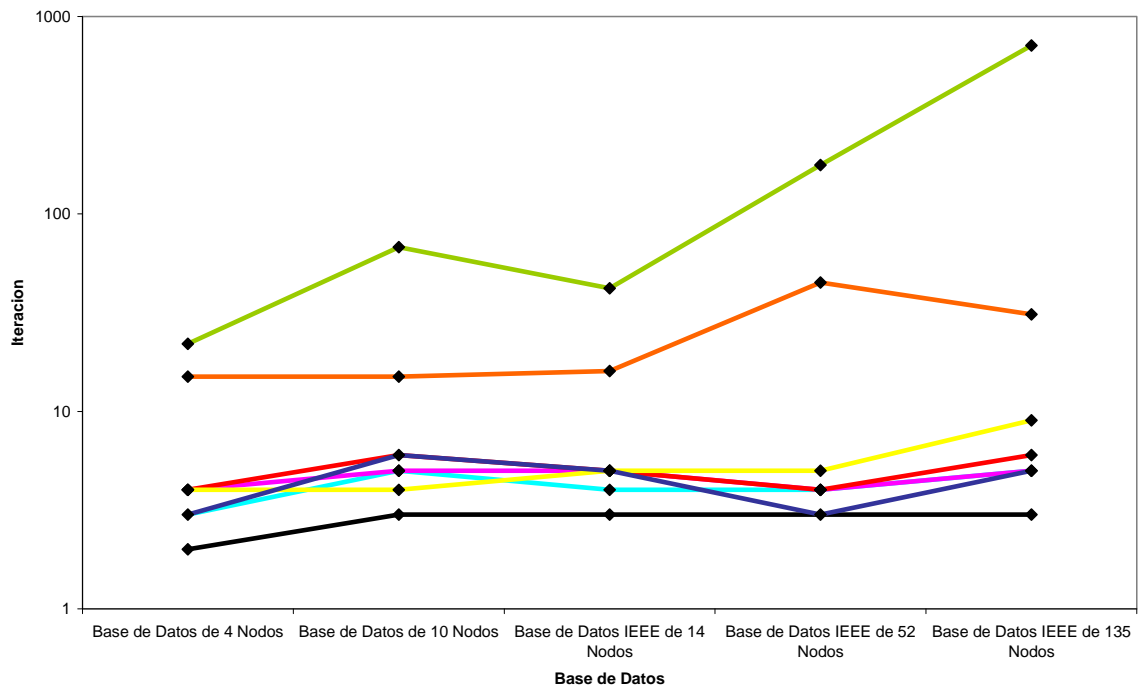


Figura 6.23. Comportamiento del número de iteraciones para todos los métodos al ser aplicados en diferentes sistemas.

6.5. NUMERO DE ITERACIONES AL VARIAR EL GRADO DE COMPLEJIDAD DE LA BASE DE DATOS ANTE VARIACIONES DE LA TOLERANCIA

Se observa como se comporta cada metodología con respecto al número de iteraciones requeridas para llegar a la solución cuando se realizan incrementos o variaciones graduales de la tolerancia máxima permisible. El análisis parte de un valor de tolerancia inicial, en este punto todos los métodos presentan una respuesta aproximadamente igual y tardan el menor tiempo posible de cálculo. Al efectuar las variaciones en la tolerancia se espera una concordancia mayor en la solución obtenida.

El punto inicial del cual parte el estudio es para una tolerancia de 0.00001, que es el valor con el cual se realizaron las graficas observadas en el ítem anterior. A partir de ahí se realizaran incrementos de dos milésimas cada vez.

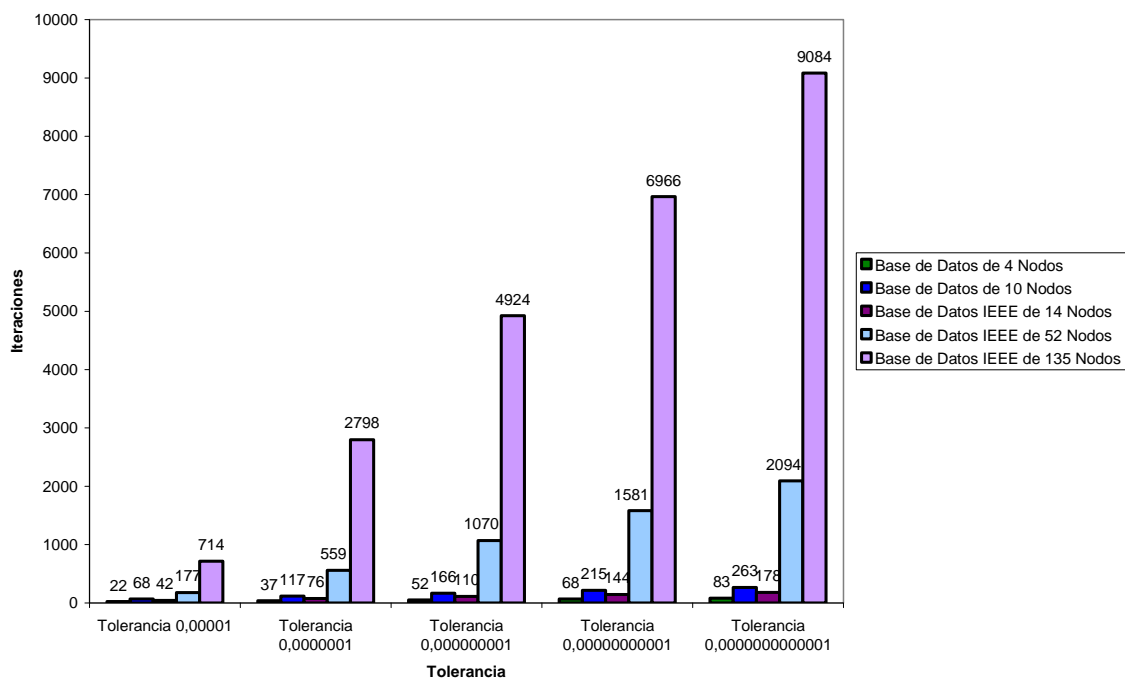


Figura 6.24. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la tolerancia.

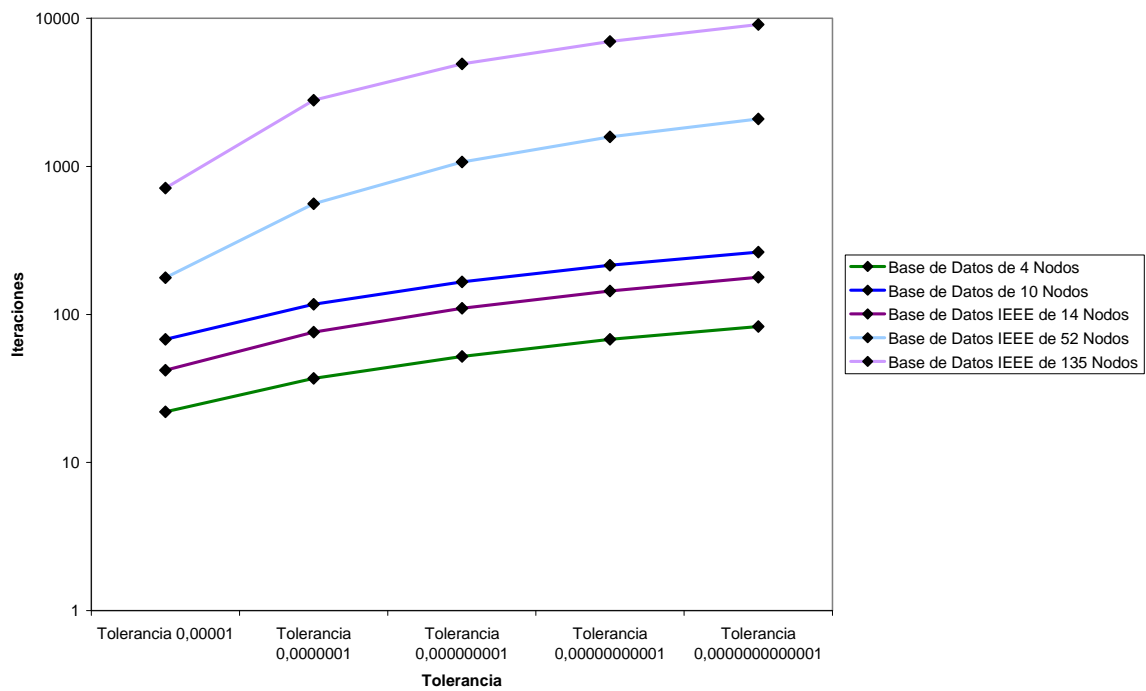


Figura 6.25. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la tolerancia.

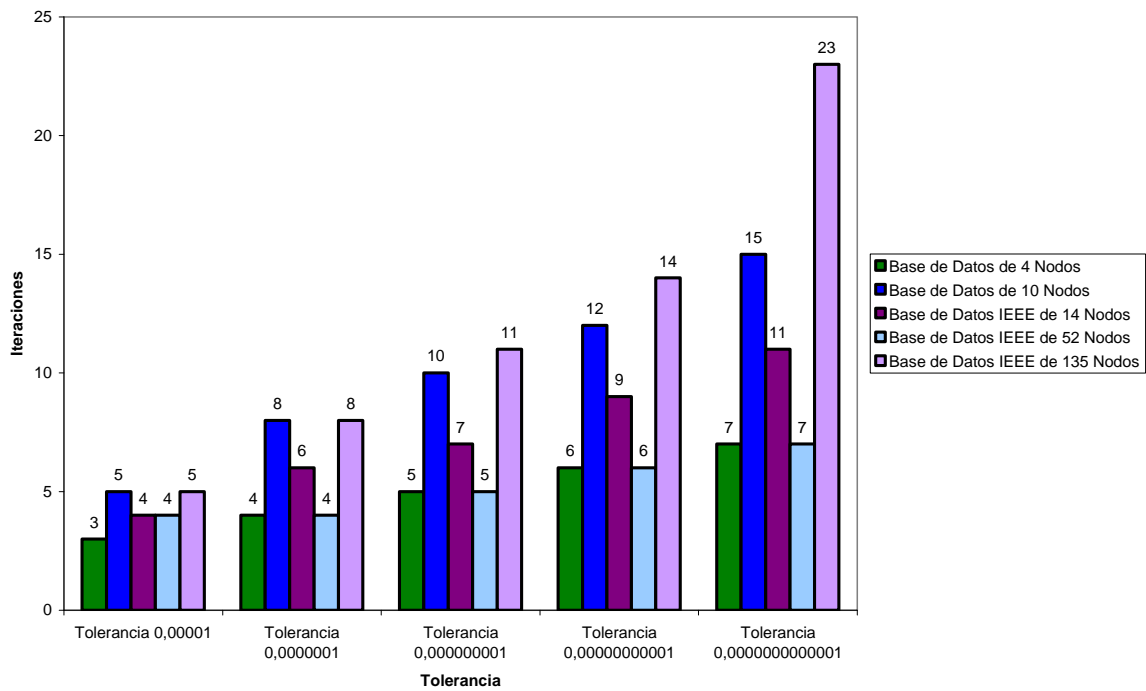


Figura 6.26. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la tolerancia.

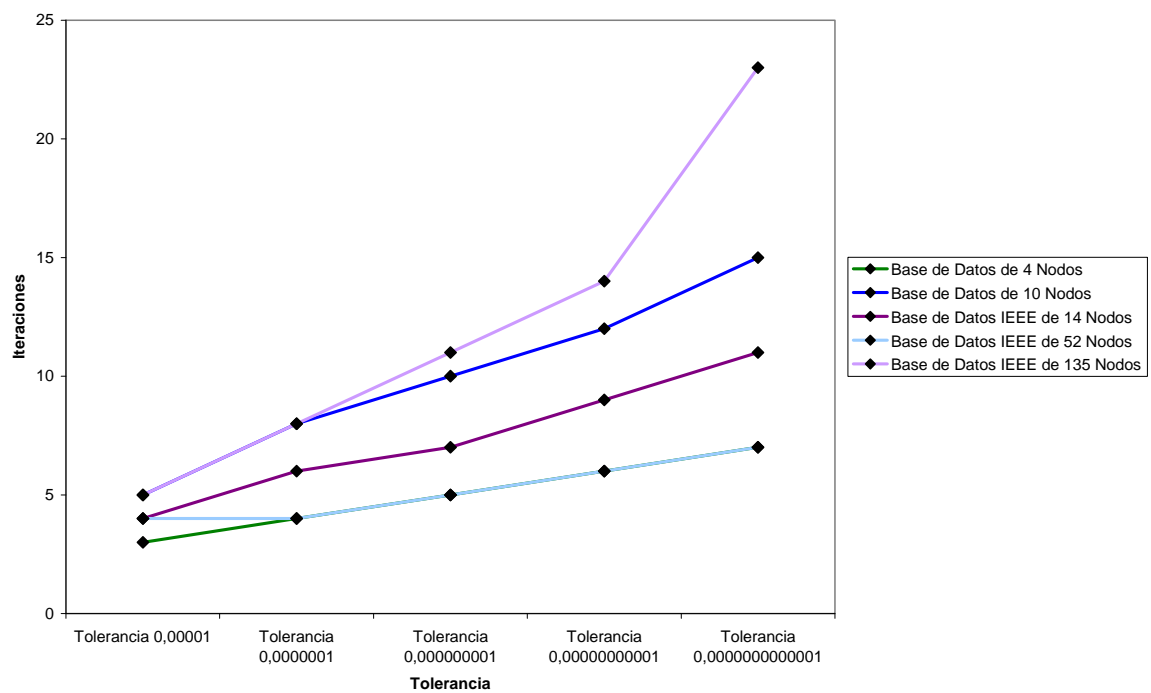


Figura 6.27. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la tolerancia.

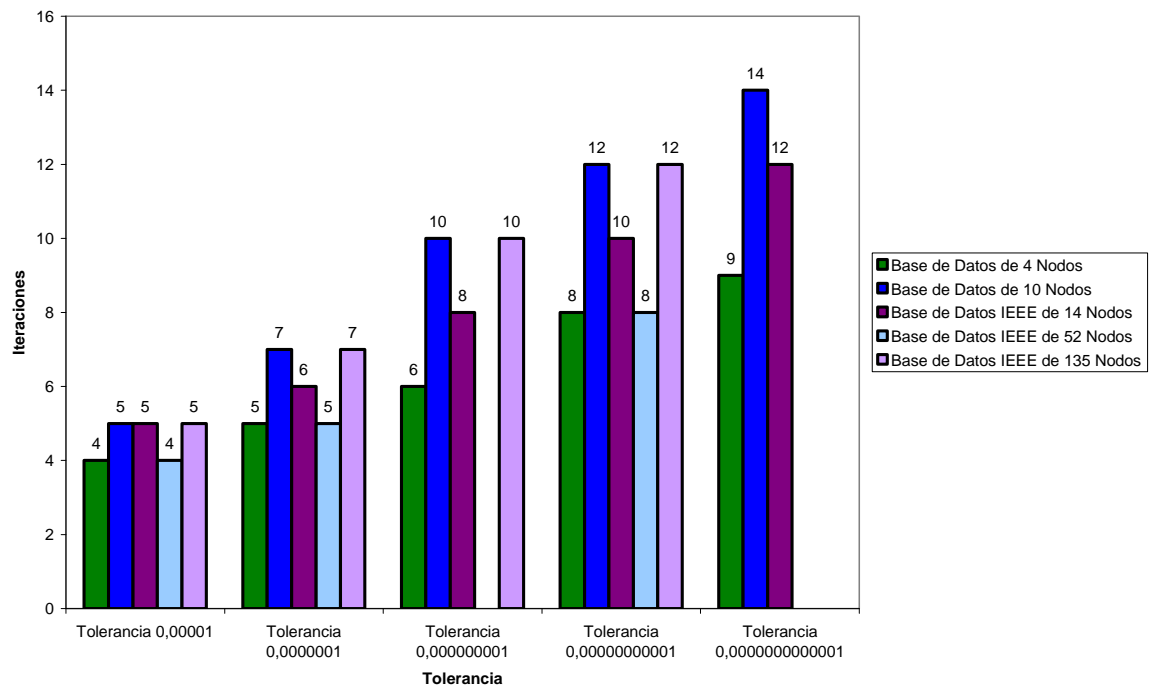


Figura 6.28. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la tolerancia.

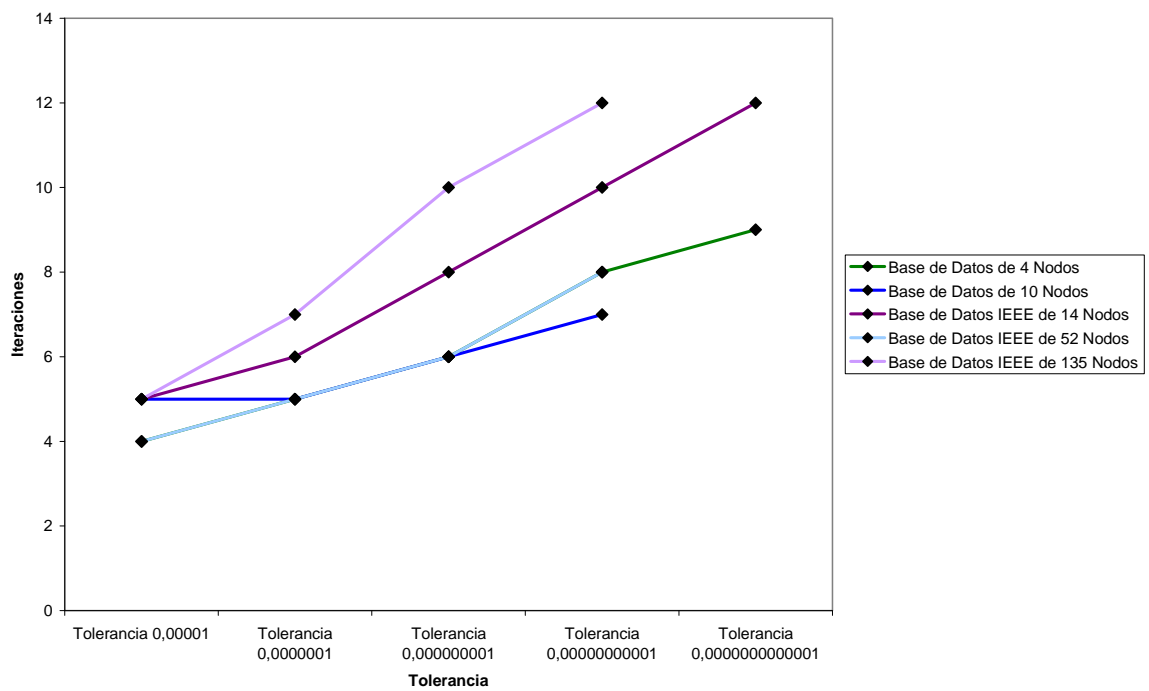


Figura 6.29. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la tolerancia.

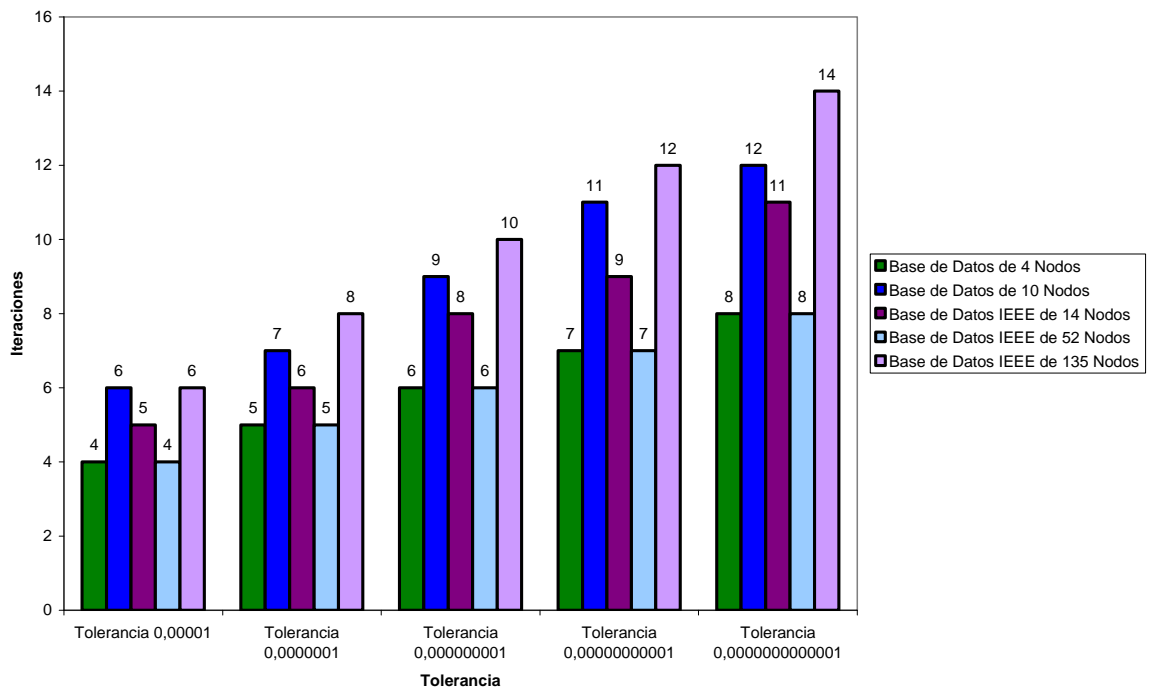


Figura 6.30. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la tolerancia.

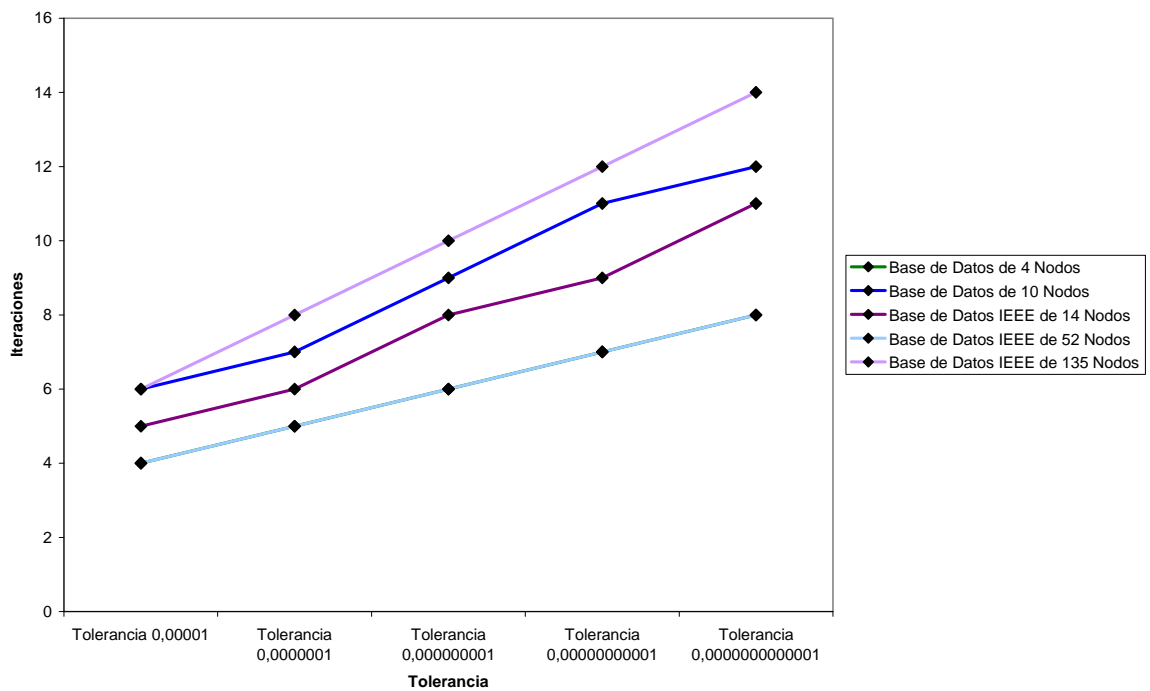


Figura 6.31. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la tolerancia.

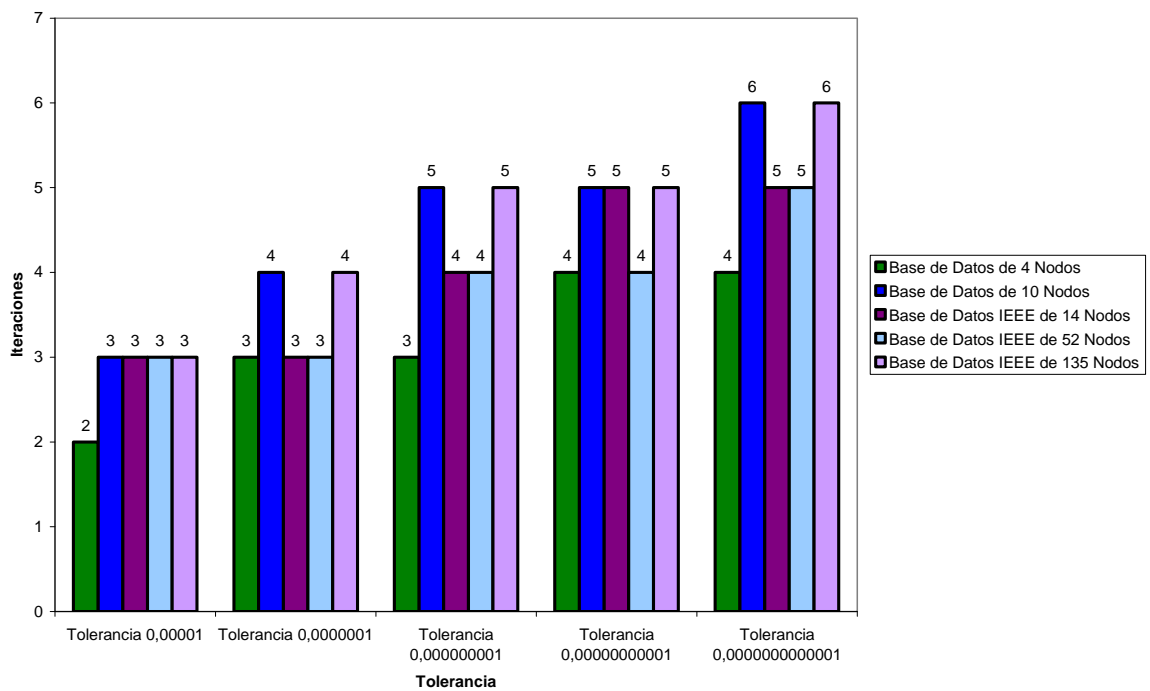


Figura 6.32. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la tolerancia.

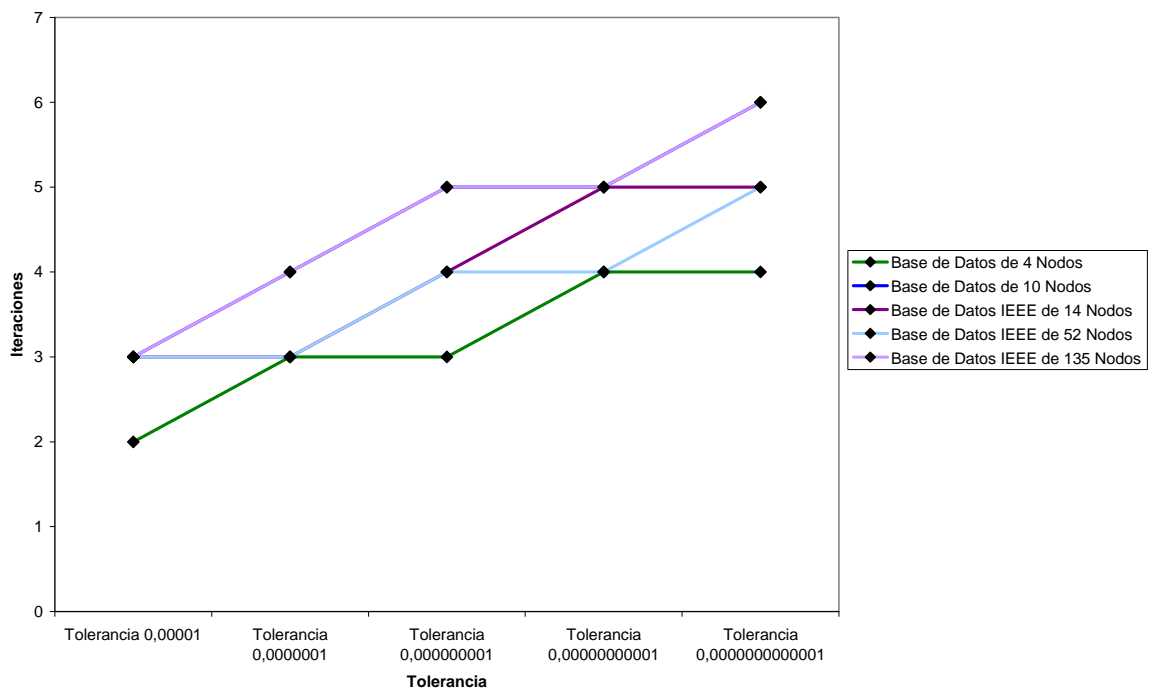


Figura 6.33. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la tolerancia.

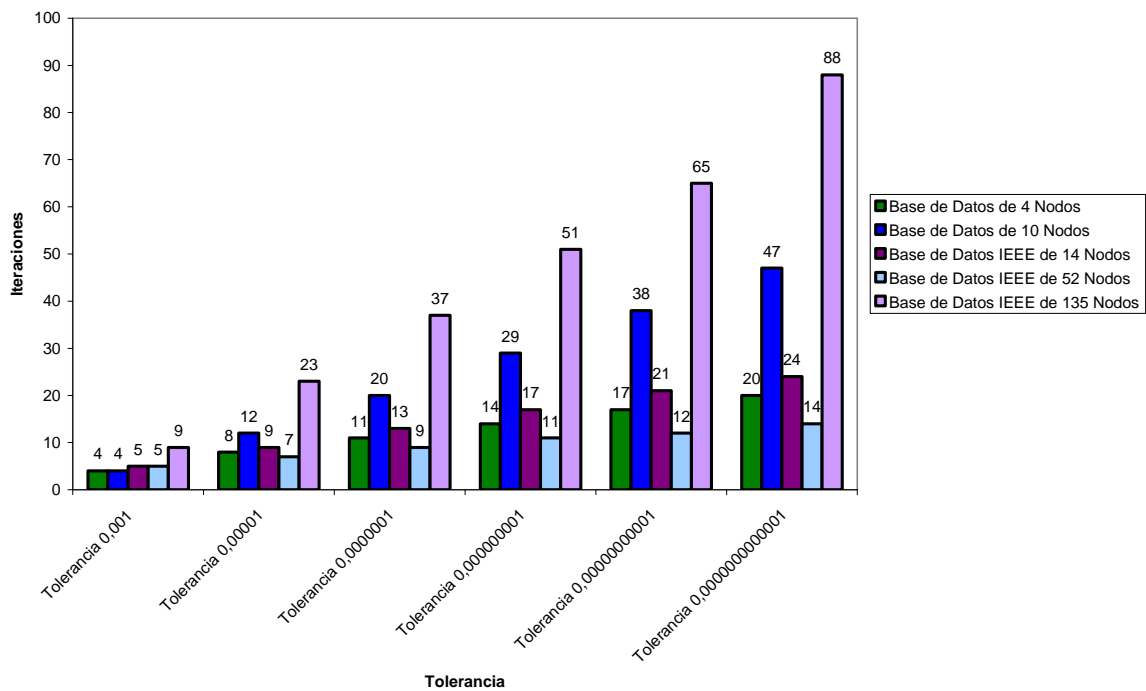


Figura 6.34. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la tolerancia.

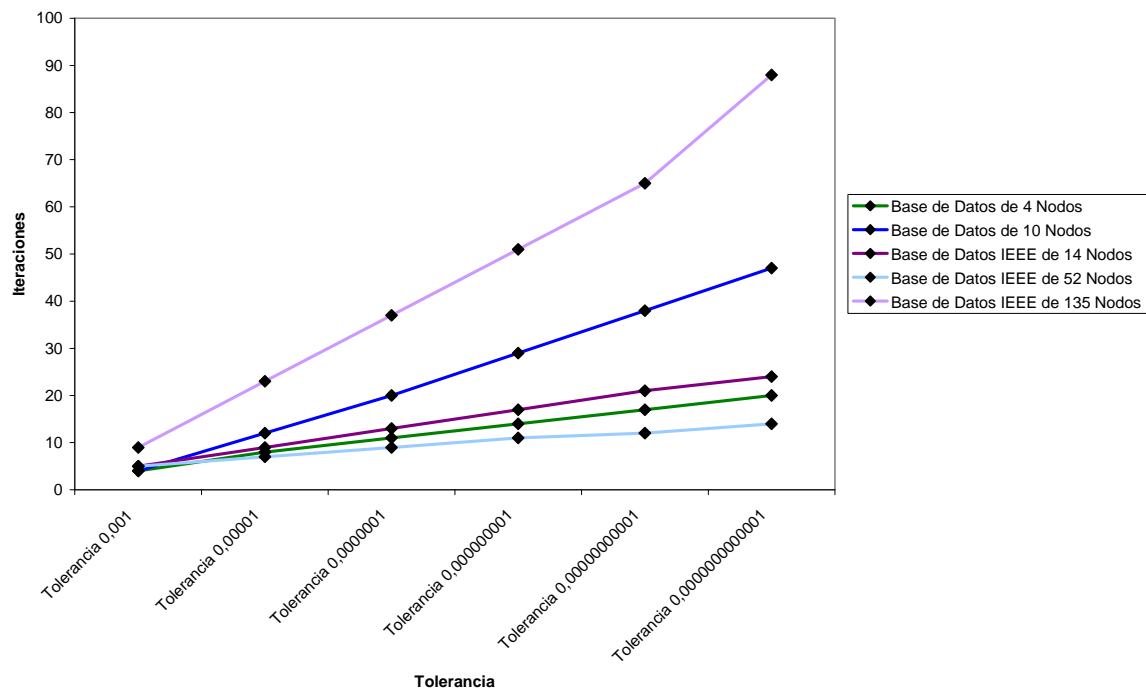


Figura 6.35. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la tolerancia.

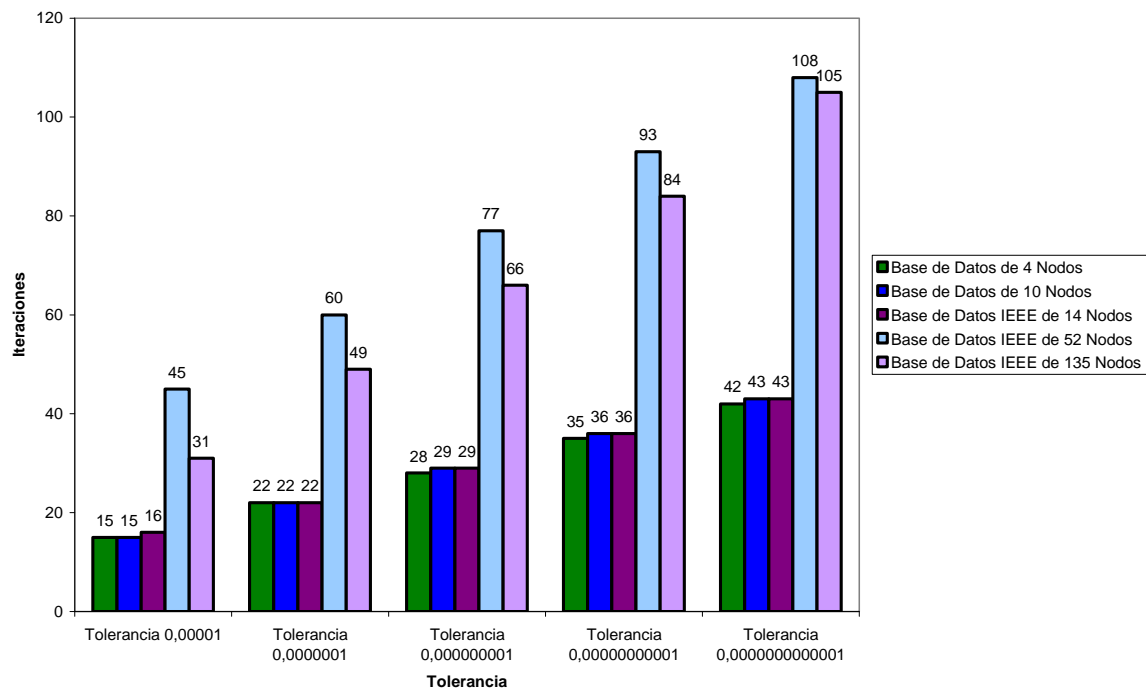


Figura 6.36. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la tolerancia.

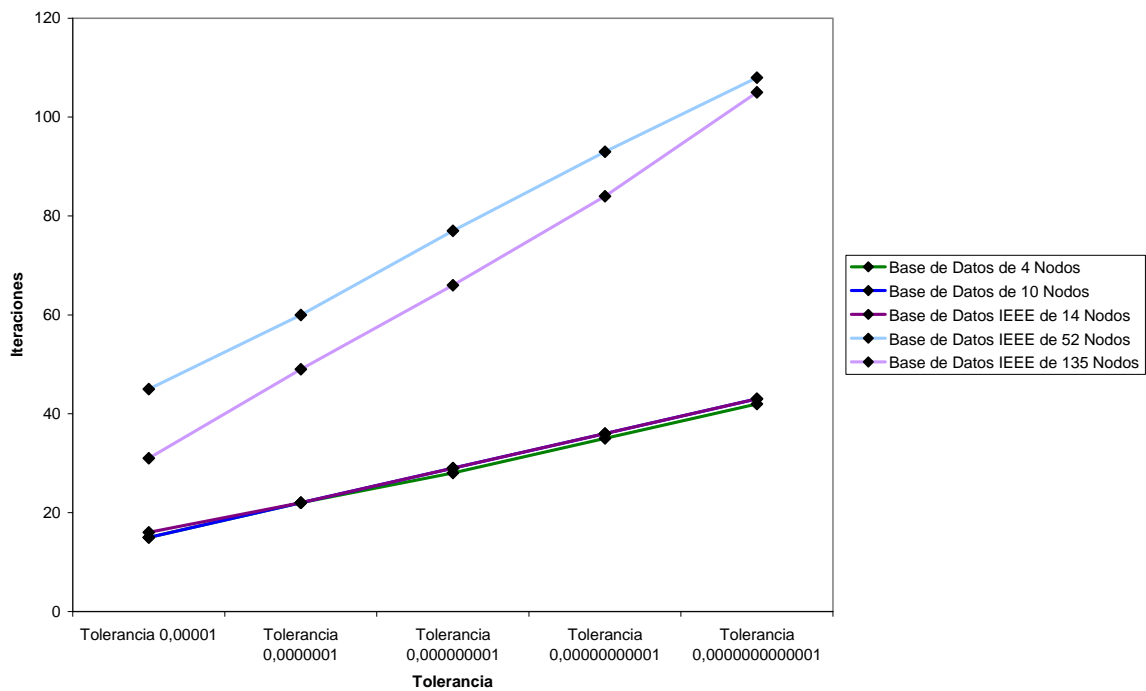


Figura 6.37. Comportamiento del numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la tolerancia.

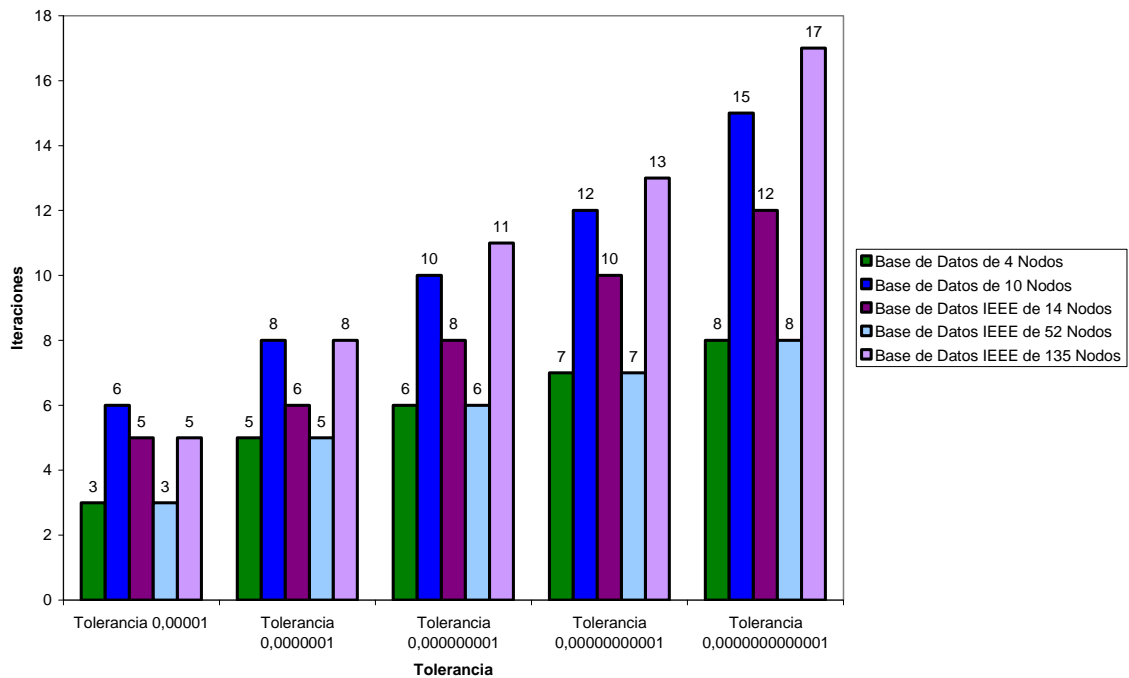


Figura 6.38. Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la tolerancia.

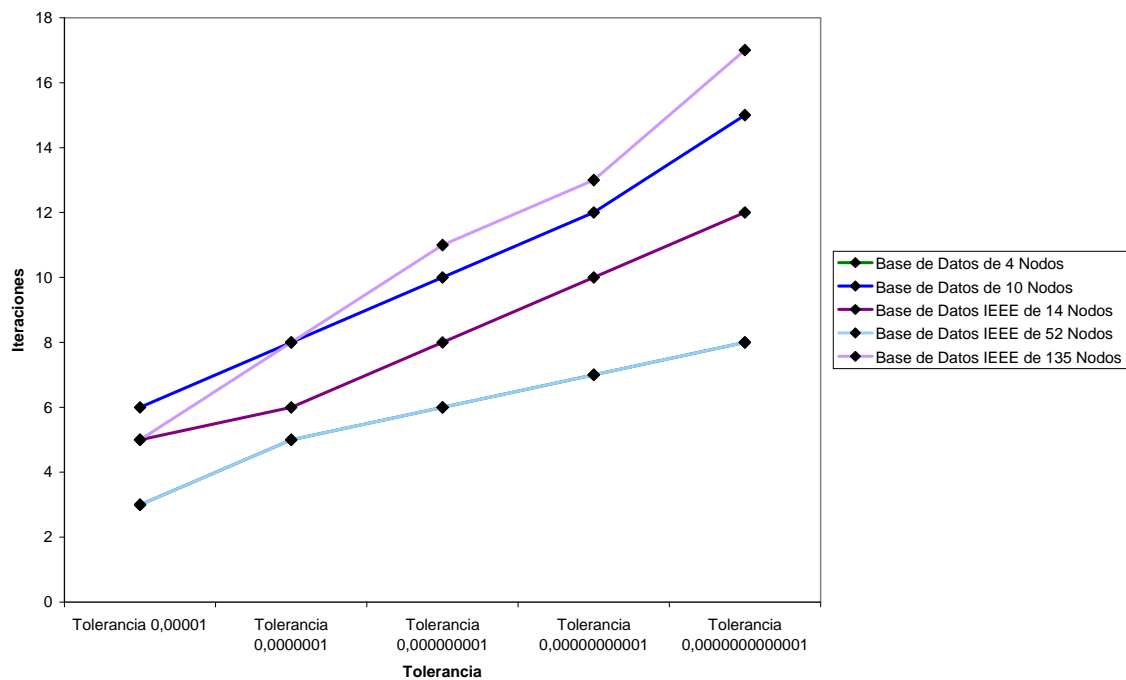


Figura 6.39. Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la tolerancia.

En las graficas anteriores se observa que los métodos de Gauss-Seidel, Rotación de Ejes y Raciic-Bose requieren de muchas iteraciones cuando la tolerancia es alta.

6.6. COMPORTAMIENTO DEL NUMERO DE ITERACIONES ANTE VARIACIONES DE LA CARGA

Se estudio la convergencia en cuanto al número de iteraciones para cada uno de los métodos, al hacer variaciones en la cargabilidad del sistema.

El estudio se desarrollo tomando cada una de las bases de datos para los diferentes sistemas y hacer variaciones porcentuales de la carga conectada en cada en una de las barras. La carga se variara entre el 50 % y el 200 % de la carga instalada, para determinar el comportamiento ante déficit de carga y el estado de sobrecarga.

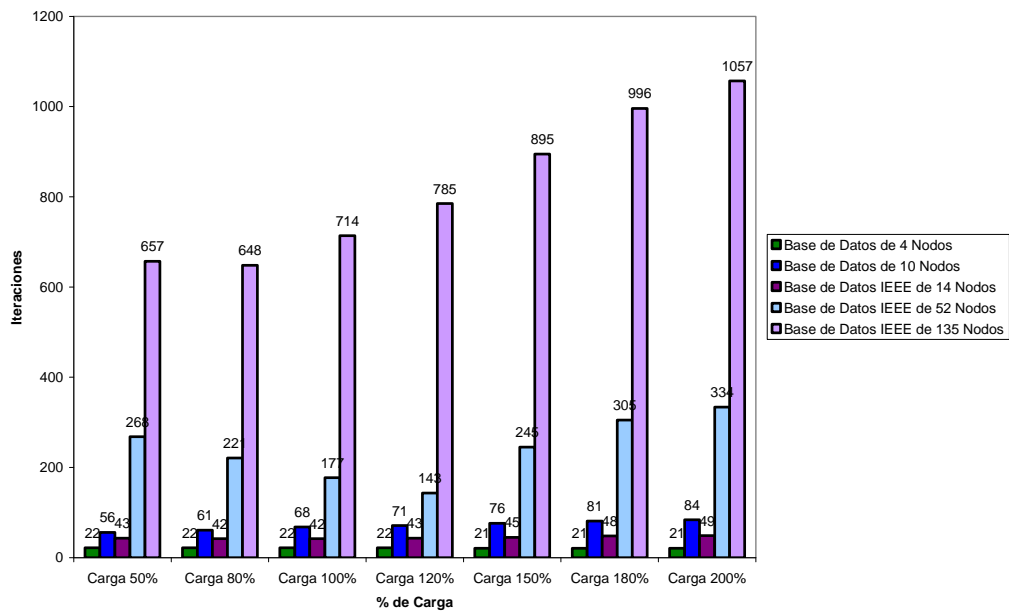


Figura 6.40. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la carga inyectada.

En esta grafica se observa que el método de Gauss-Seidel requiere un número elevado de iteraciones cuando se aplica a redes de tamaños elevados.

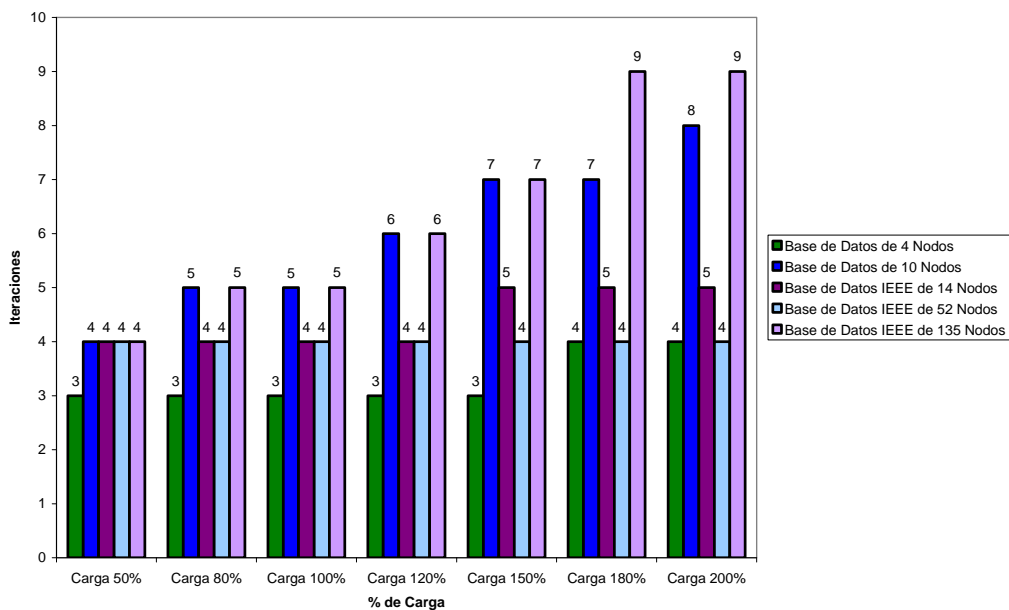


Figura 6.41. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la carga inyectada.

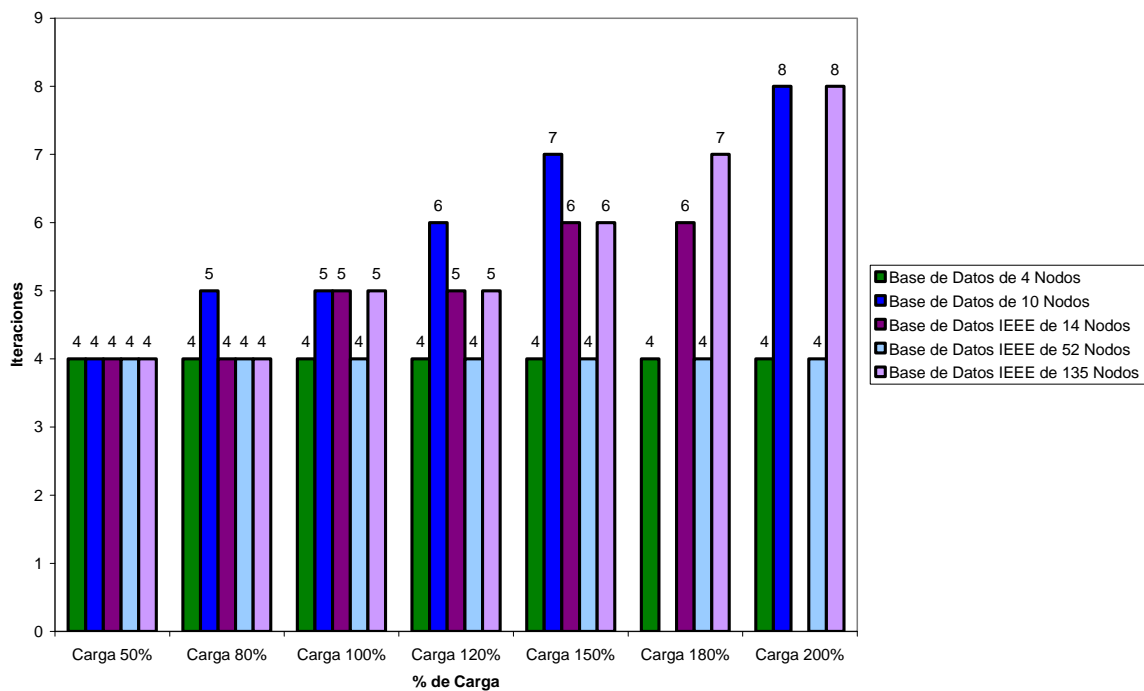


Figura 6.42. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la carga inyectada.

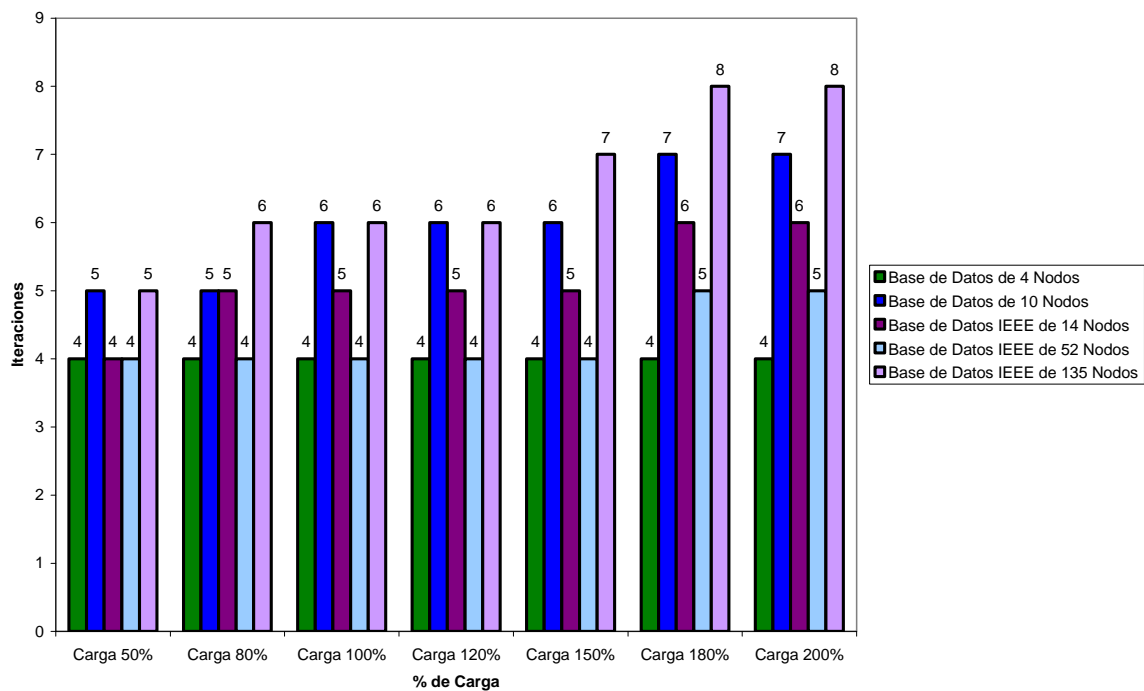


Figura 6.43. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la carga inyectada.

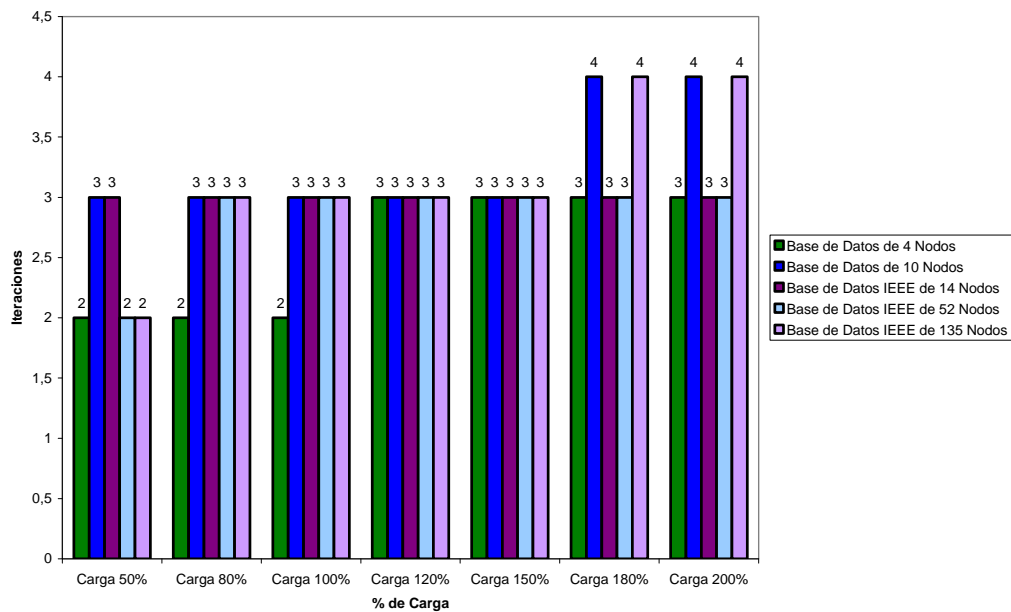


Figura 6.44. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la carga inyectada.

El método de Suma de Potencias siempre se muestra muy estable con respecto al número de iteraciones que requiere para llegar a la convergencia, no importa el tamaño de la red en la cual se aplica.

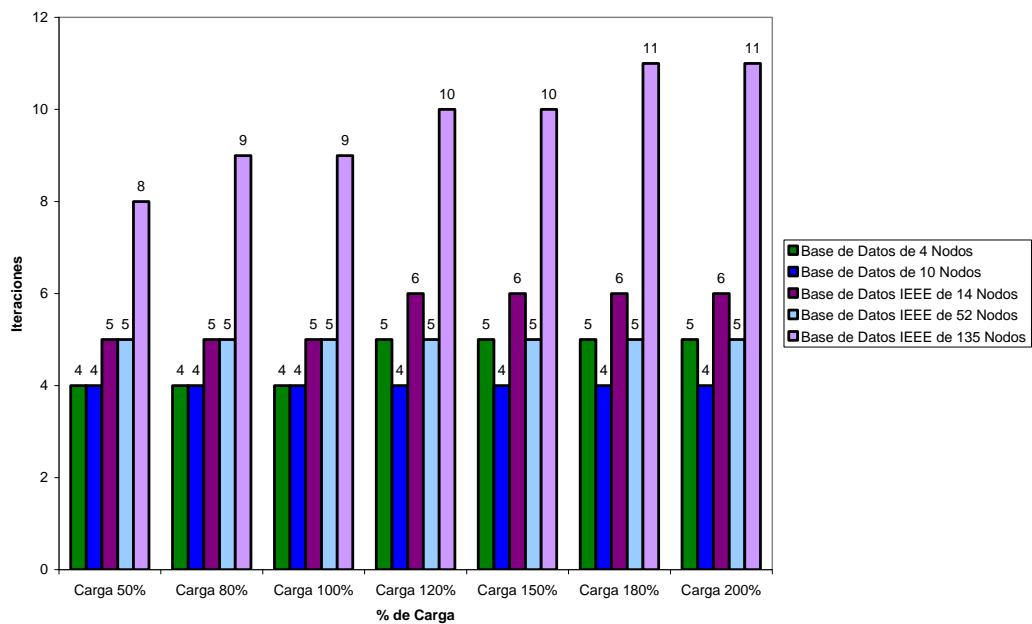


Figura 6.45. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la carga inyectada.

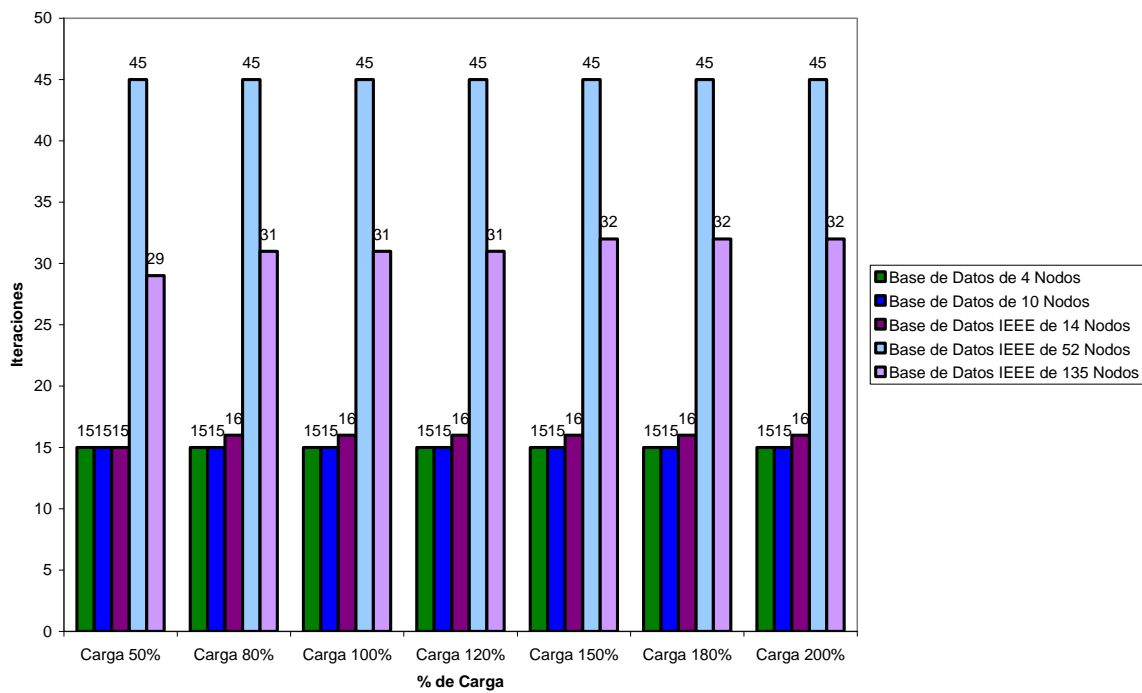


Figura 6.46. Comportamiento del número de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la carga inyectada.

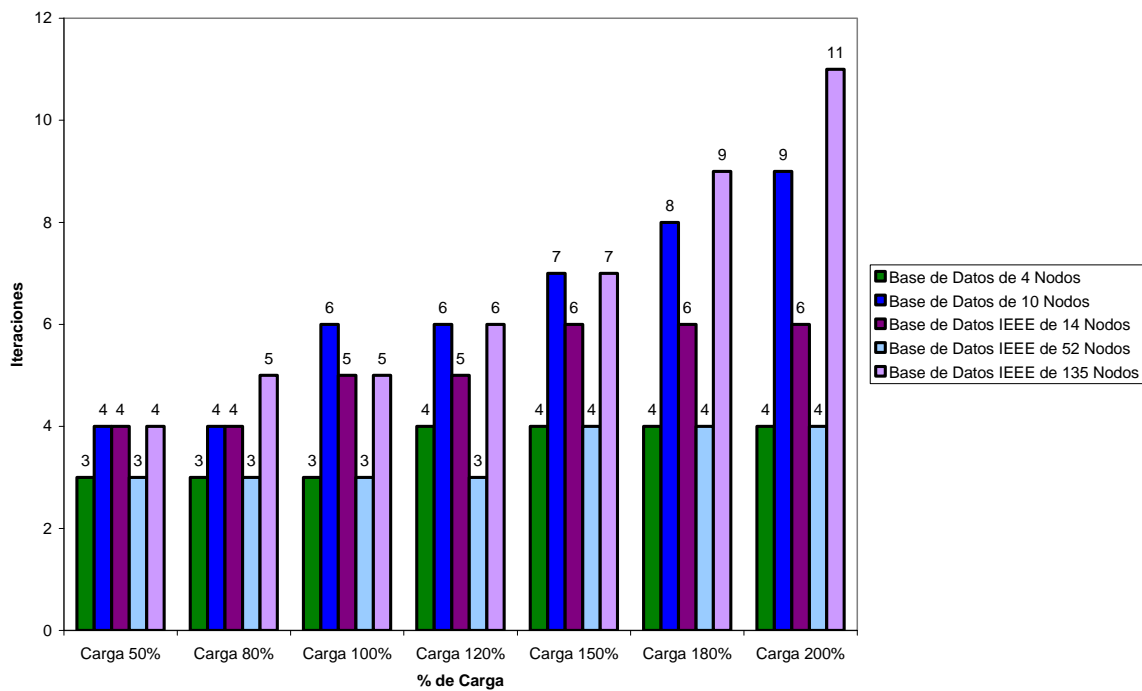


Figura 6.47. Comportamiento del numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la carga inyectada.

Se observa que los métodos de Gauss-Seidel, Rotación de Ejes y Racijic-Bose necesitan demasiadas iteraciones, en especial cuando son aplicados a redes grandes. El método de suma de potencias es el método más estable ya que casi siempre converge en el mismo número de iteraciones. El resto de las metodologías presentan comportamientos muy dinámicos.

6.7. TIEMPO DE CALCULO AL TRABAJAR CON MATRICES DISPERSAS

En este ítem se desarrollo un estudio sobre el tiempo de cálculo de algunos de los sistemas que manejan matriz Y_{BARRA} y matriz Jacobiana. Se trabajo cada una de las respectivas matrices mencionadas como matrices dispersas, así se pretende calcular el tiempo de respuesta de cada uno de los métodos usados, para poder hacer una comparación entre el tiempo de cálculo cuando no se trabaja con dispersidad y el tiempo de cálculo al trabajar matrices dispersas.

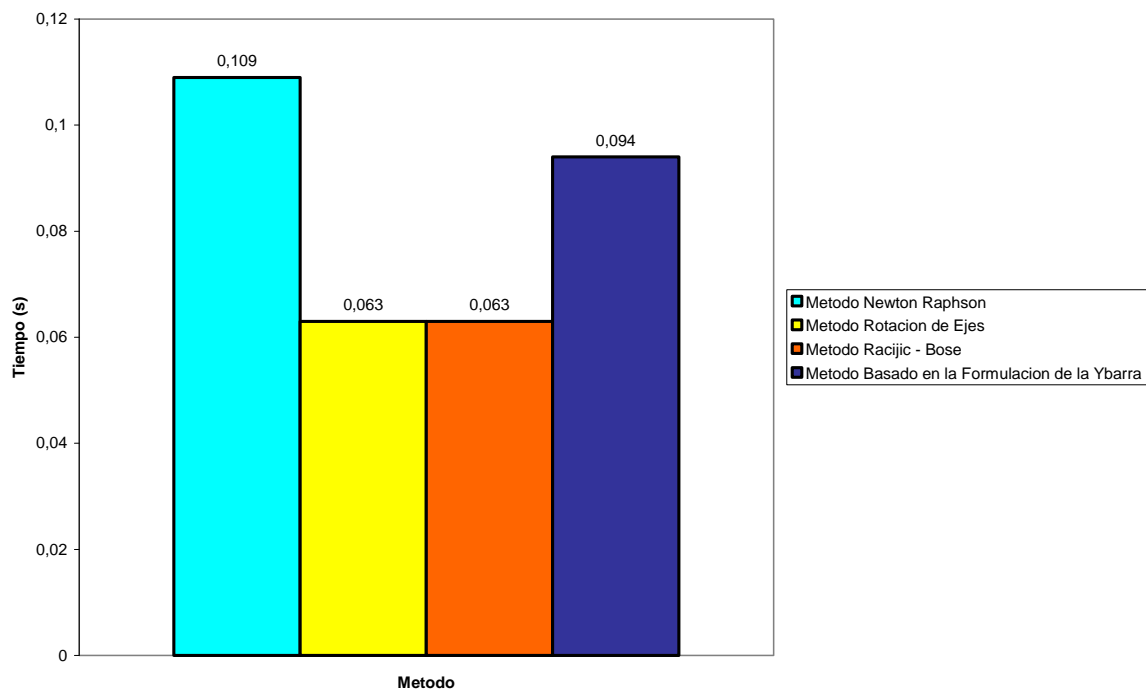


Figura 6.48. Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos de 4 Nodos al usar dispersidad.

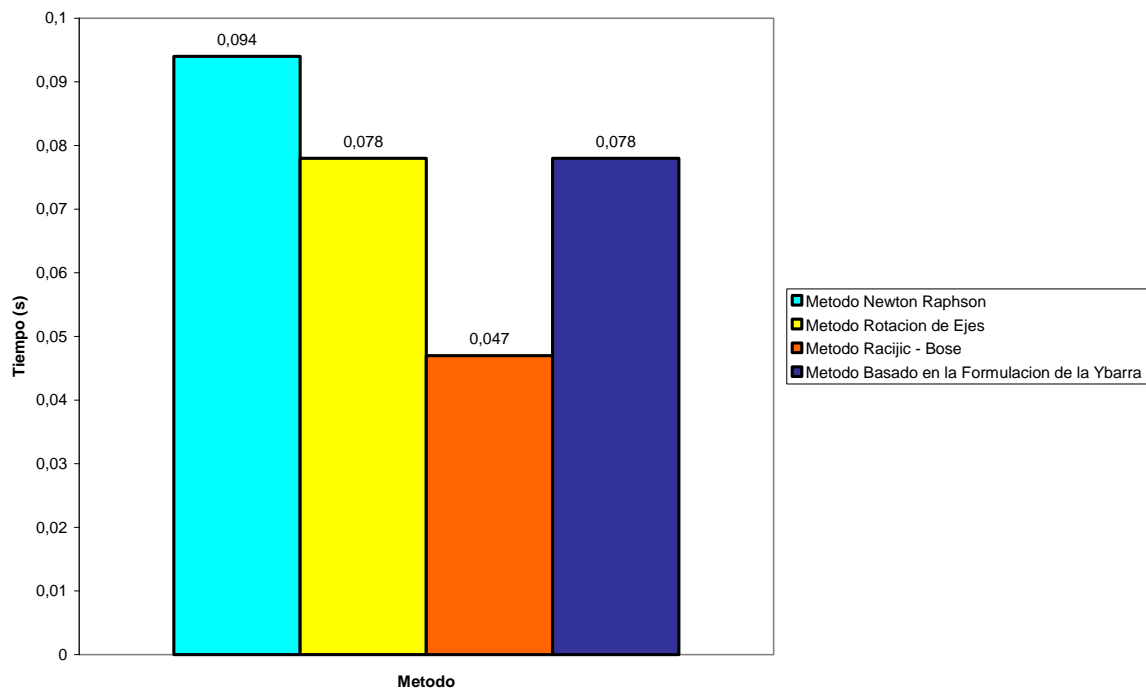


Figura 6.49. Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos de 10 Nodos al usar dispersidad.

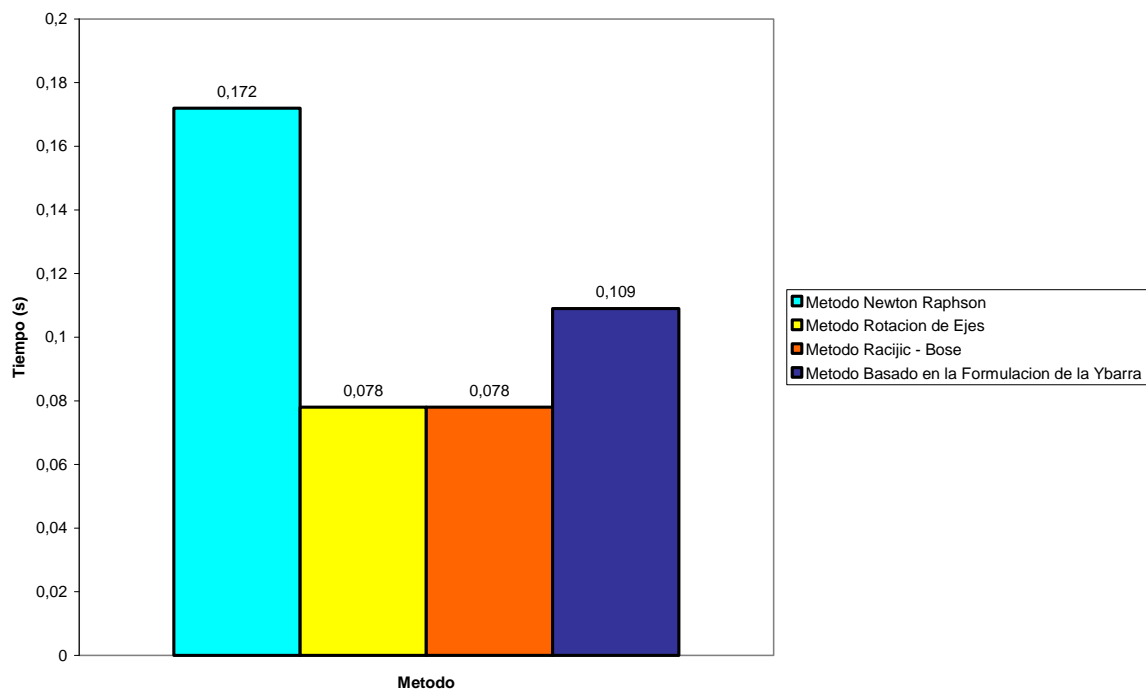


Figura 6.50. Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 14 Nodos al usar dispersidad.

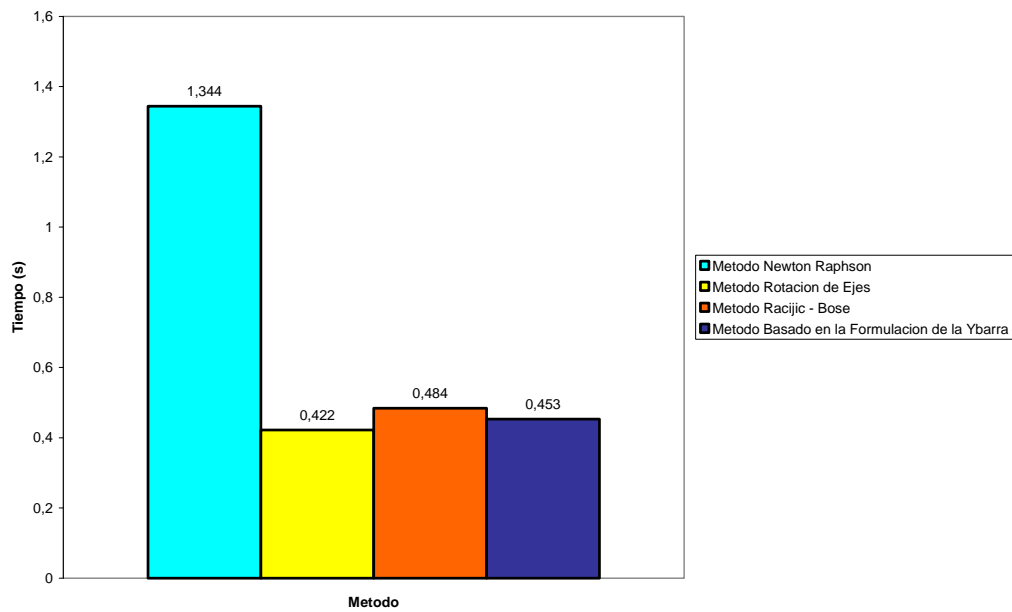


Figura 6.51. Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 52 Nodos al usar dispersidad.

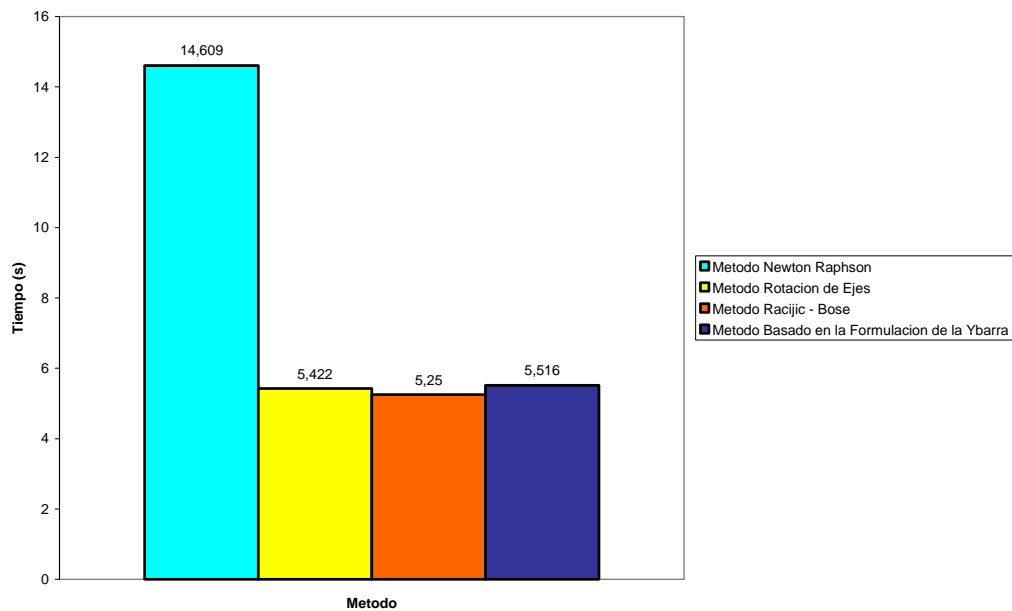


Figura 6.52. Comportamiento del tiempo de calculo para la Base de datos IEEE de 135 Nodos al usar dispersidad.

El método de Racijic-Bose es el que mejor se comporta cuando se trabaja con dispersidad, pues es la metodología que presenta el mejor tiempo de cálculo.

6.8. TIEMPO DE CALCULO ANTE VARIACIONES EN EL MODELO DE LA CARGA

Se analiza el tiempo de calculo que se requiere cuando se modela la carga en cada una de las barras como de potencia constante, corriente constante o impedancia constante.

Este estudio solo se efectúa en las metodologías de flujo de carga de Suma de Corrientes y de suma de Potencias. La razón es que estos métodos permiten modelar la carga de forma más simple, los demás métodos solo entregan soluciones cuando la carga se modela como potencia constante.

A continuación se presentan las respectivas graficas obtenidas al realizar este estudio.

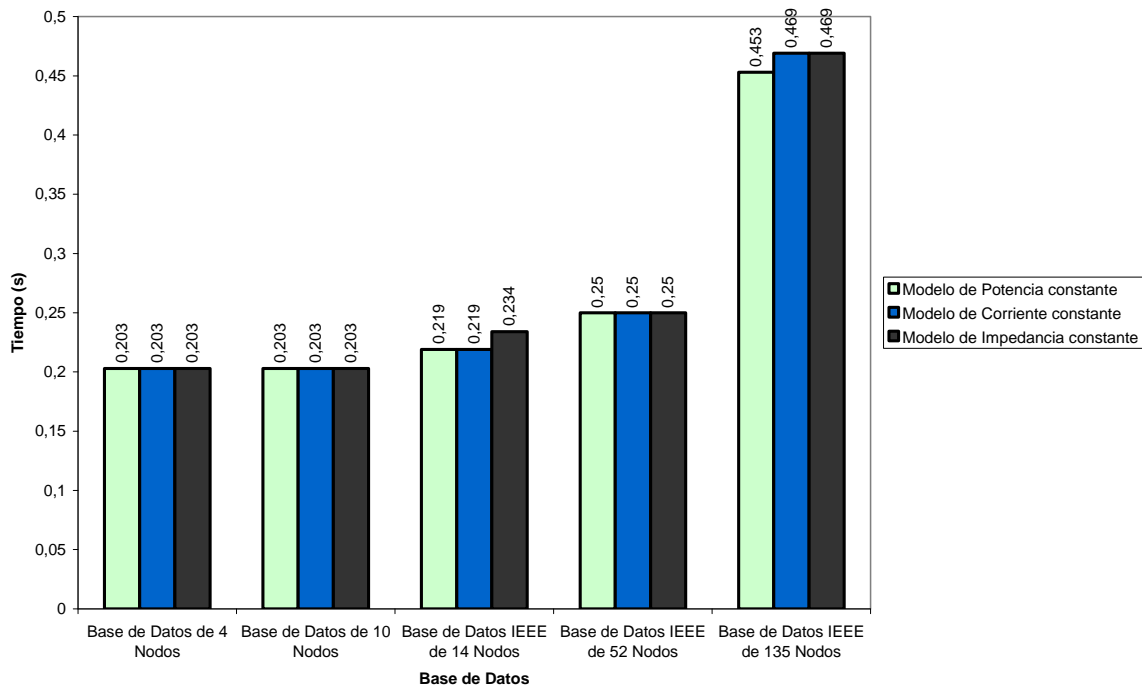


Figura 6.53. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Corrientes ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.

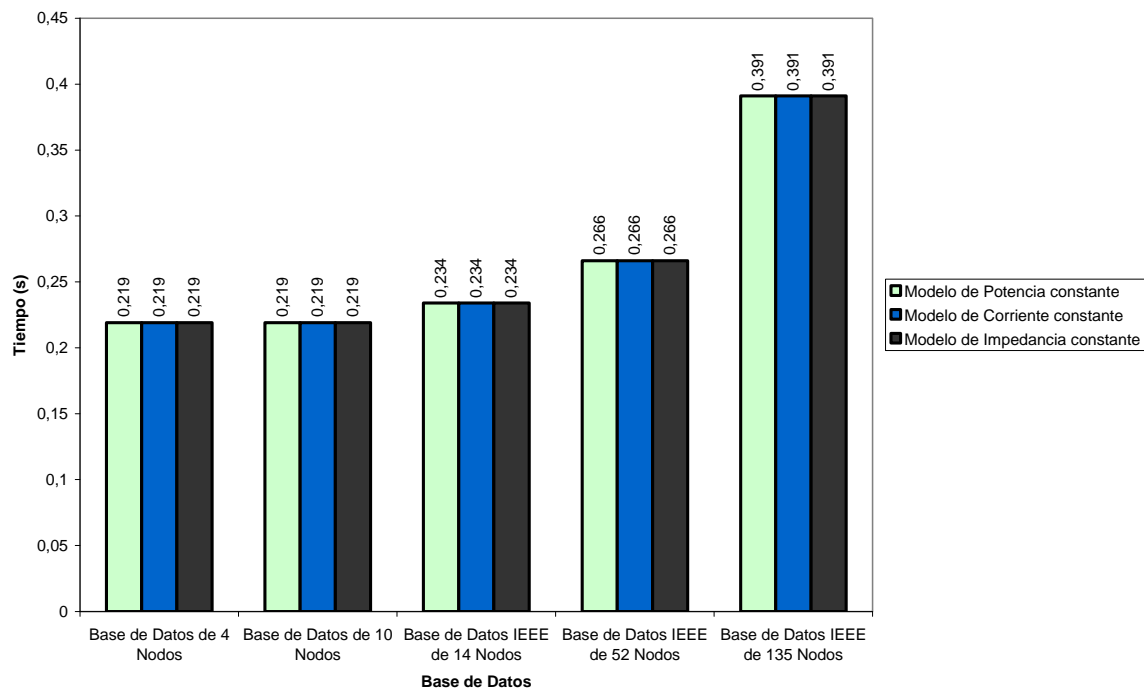


Figura 6.54. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Potencias ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.

Es importante observar que, para el método de suma de corrientes se espera que cuando se aplica el modelo de corriente constante, el programa efectúe menos iteraciones y tarde un tiempo de calculo menor, debido a que la corriente en teoría no debe cambiar. Esto no es así, la causa es que la corriente por los elementos se calcula dividiendo por el conjugado de la tensión de recibo, y es ese el factor que no permite que esta sea constante en magnitud y ángulo, solo es constante en magnitud.

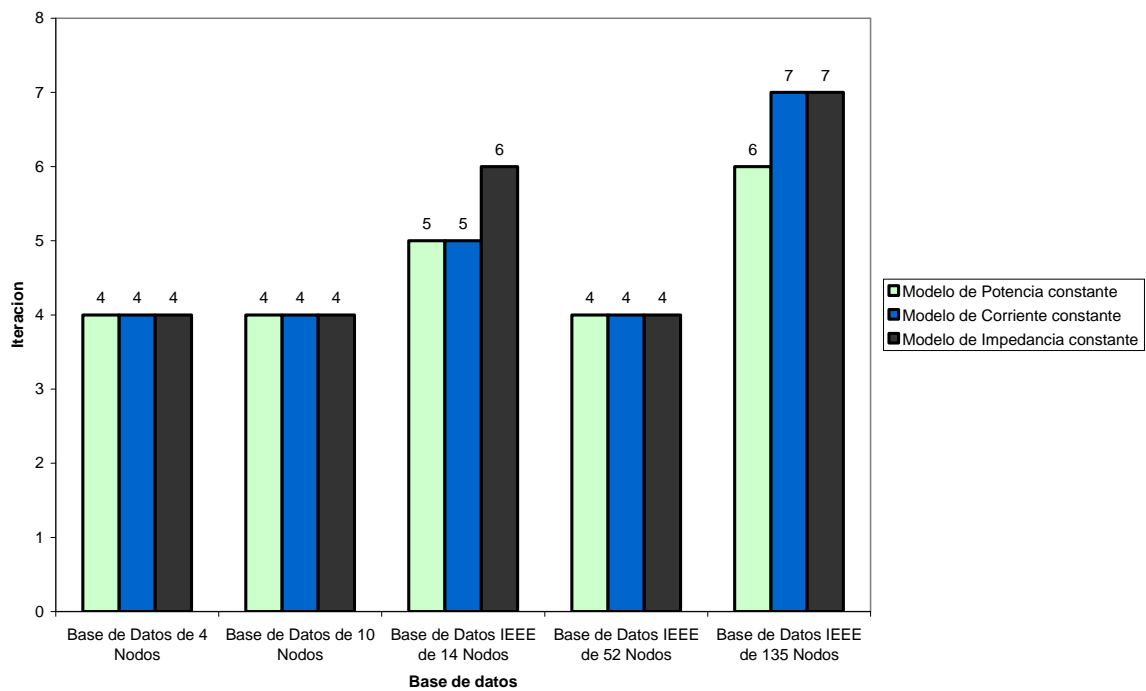


Figura 6.55. Numero de iteraciones requeridas para el método de Suma de Corrientes ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.

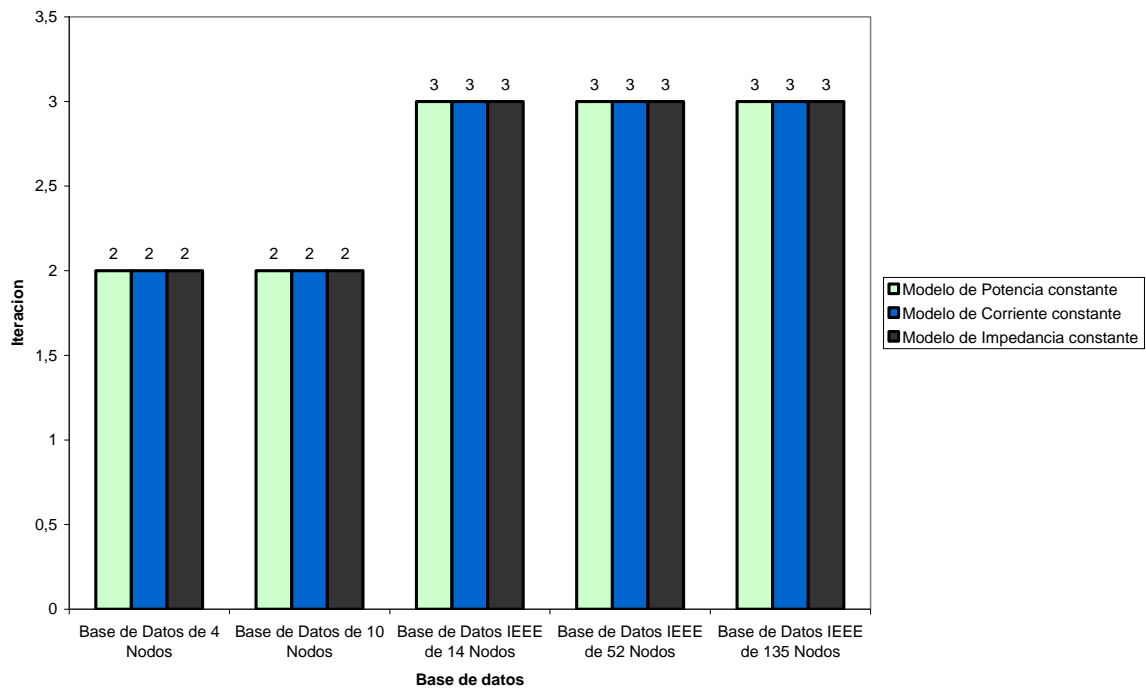


Figura 6.56. Numero de iteraciones requeridas para el método de Suma de Potencias ante variaciones en el modelo de la carga para diferentes sistemas.

De las figuras 6.53, 6.54, 6.55 y 6.56, se puede observar que en el método de Suma de Corrientes se presentan algunas variaciones leves entre los diferentes modelos de carga. En cuanto al método de Suma de Potencias, no se presentan variaciones.

6.9. ANALISIS DE REDES RADIALES COMPUESTAS POR UN UNICO ALIMENTADOR

El objetivo de realizar un análisis utilizando redes radiales compuestas por un único alimentador, es poder efectuar pruebas usando el método de la cadena clásico, esta es una metodología diseñada especialmente para este tipo de redes.

Se realizaran comparaciones entre el comportamiento del método de la Cadena con respecto a las demás metodologías analizadas. Se debe aclarar que en [11] se presenta una modificación del método de La Cadena, que permite trabajar con redes más complejas, pero no será desarrollada en este estudio.

6.9.1. Tiempo de calculo del método de la Cadena con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga

Se puede observar el comportamiento del método de La Cadena con respecto a los demás métodos de flujo de carga, con respecto al tiempo de cálculo que se requiere para obtener la solución del sistema.

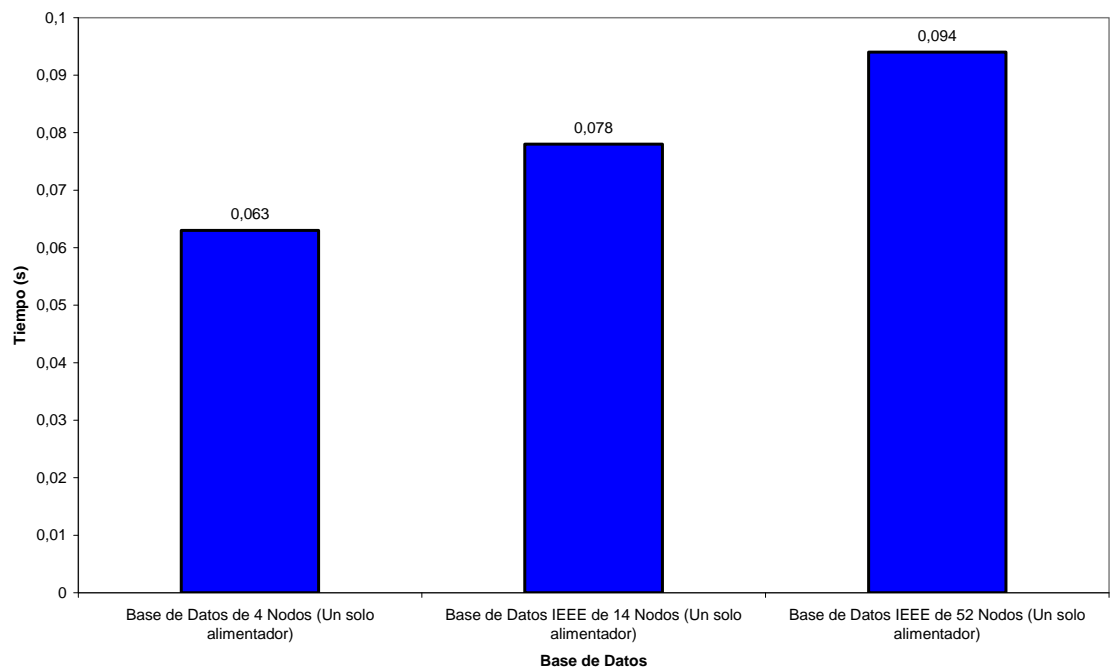


Figura 6.57. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de la Cadena aplicado a una red de un solo alimentador.

El comportamiento del método de la cadena es proporcional a la red utilizada.

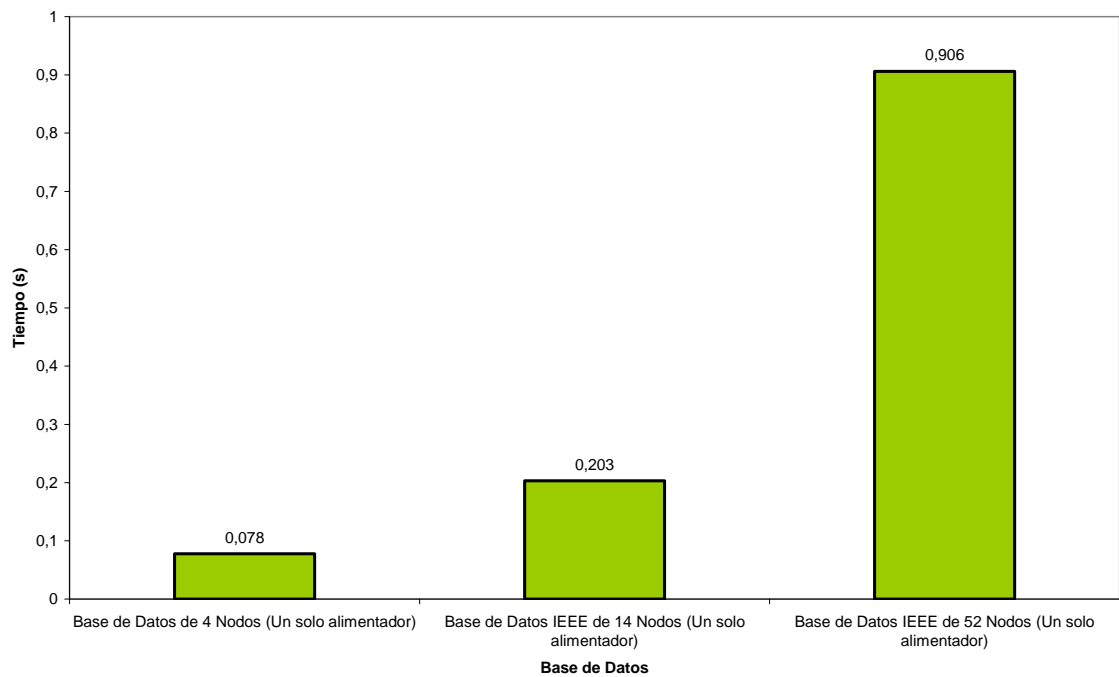


Figura 6.58. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Gauss–Seidel aplicado a una red de un solo alimentador.

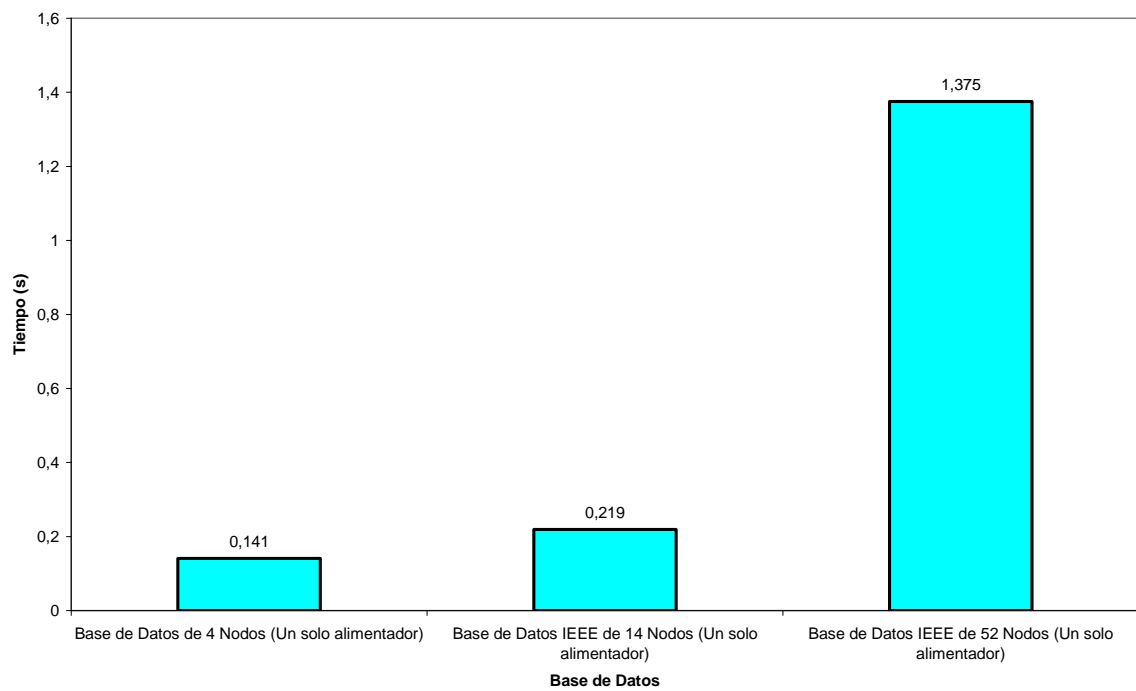


Figura 6.59. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Newton Raphson aplicado a una red de un solo alimentador.

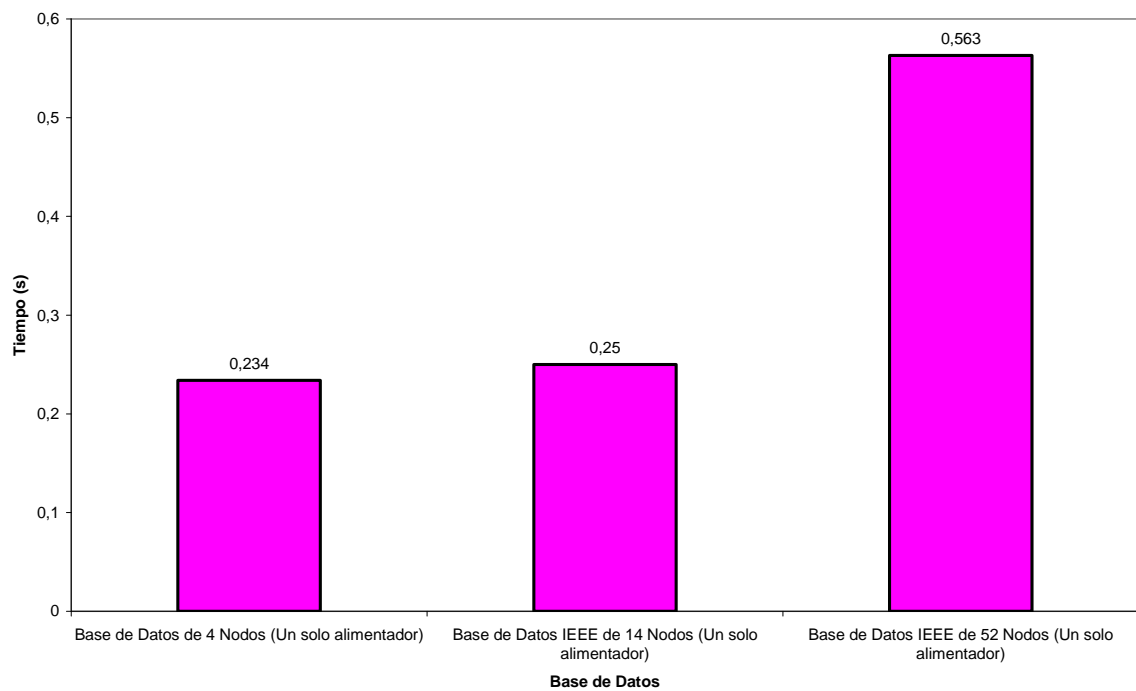


Figura 6.60. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Newton Modificado aplicado a una red de un solo alimentador.

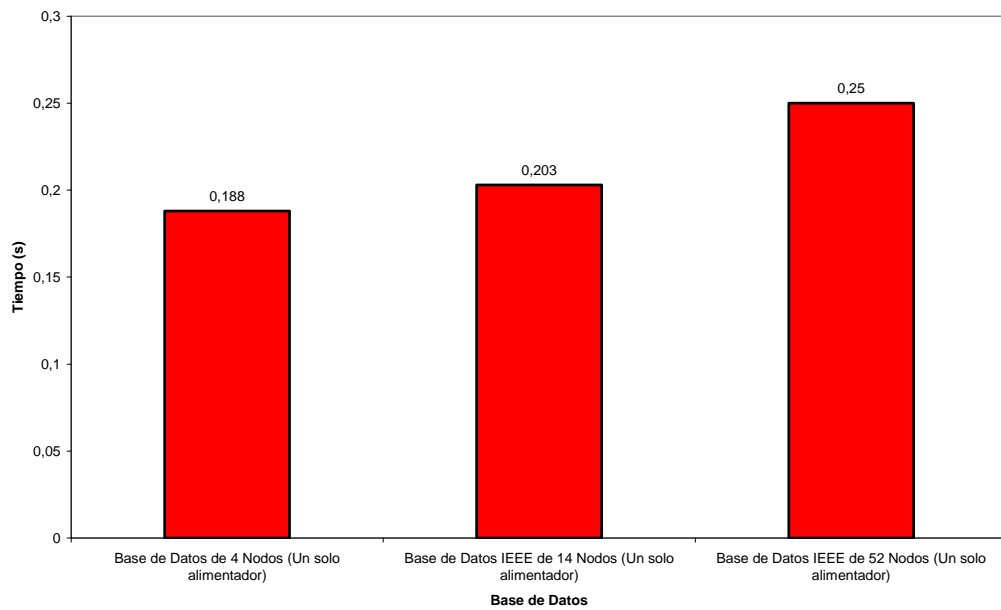


Figura 6.61. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Corrientes aplicado a una red de un solo alimentador.

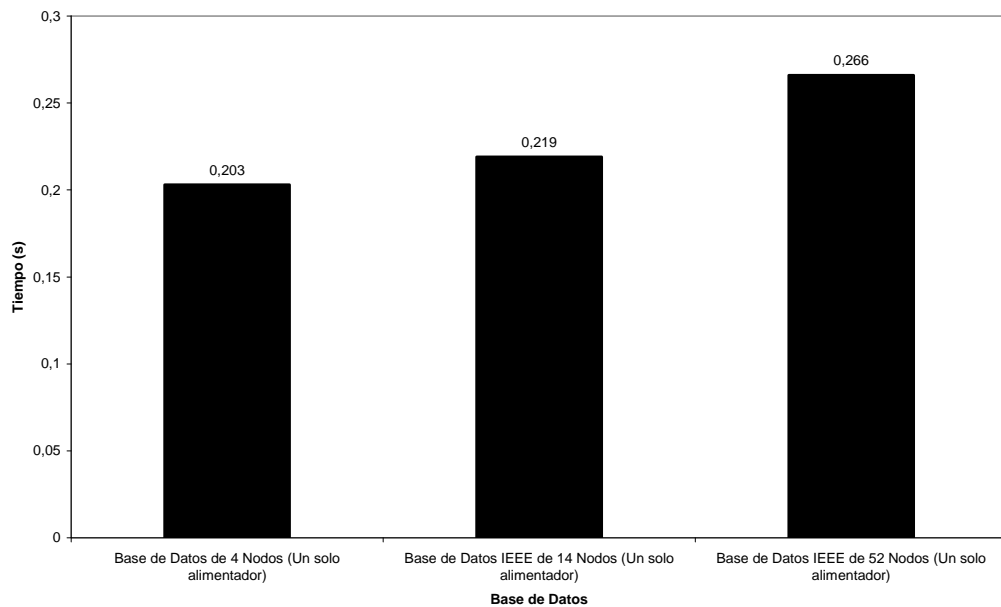


Figura 6.62. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Suma de Potencias aplicado a una red de un solo alimentador.

El comportamiento del método de Suma de Potencias es similar al del método de La Cadena, pero sus tiempos de cálculo son mucho mas elevados.

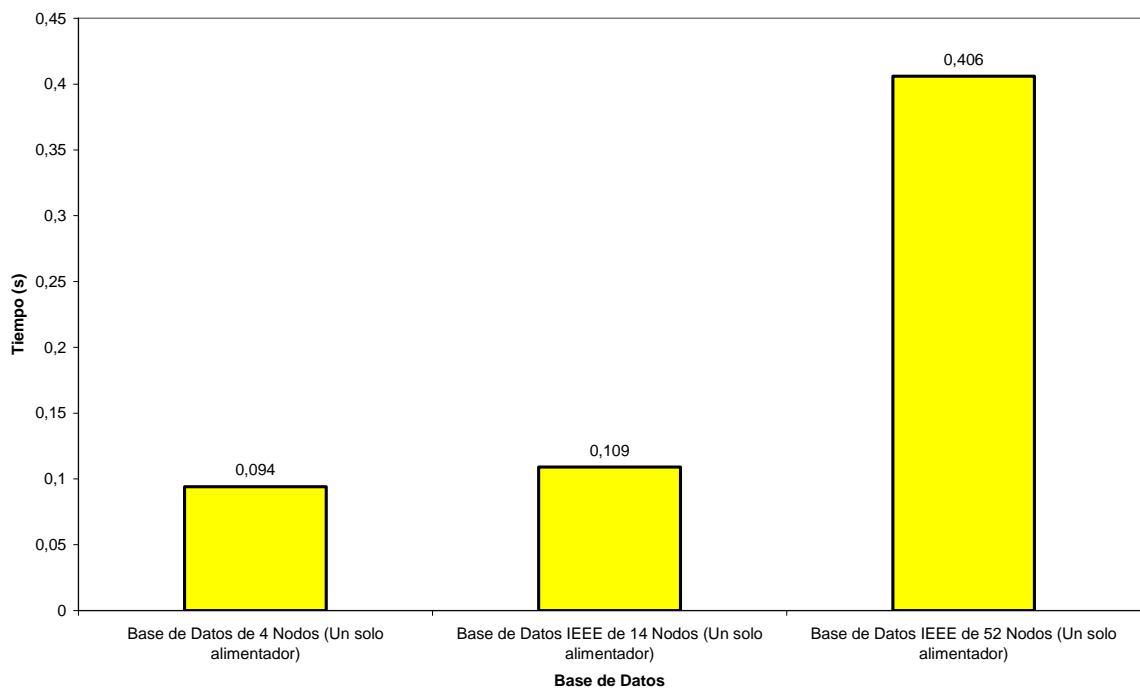


Figura 6.63. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Rotación de Ejes aplicado a una red de un solo alimentador.

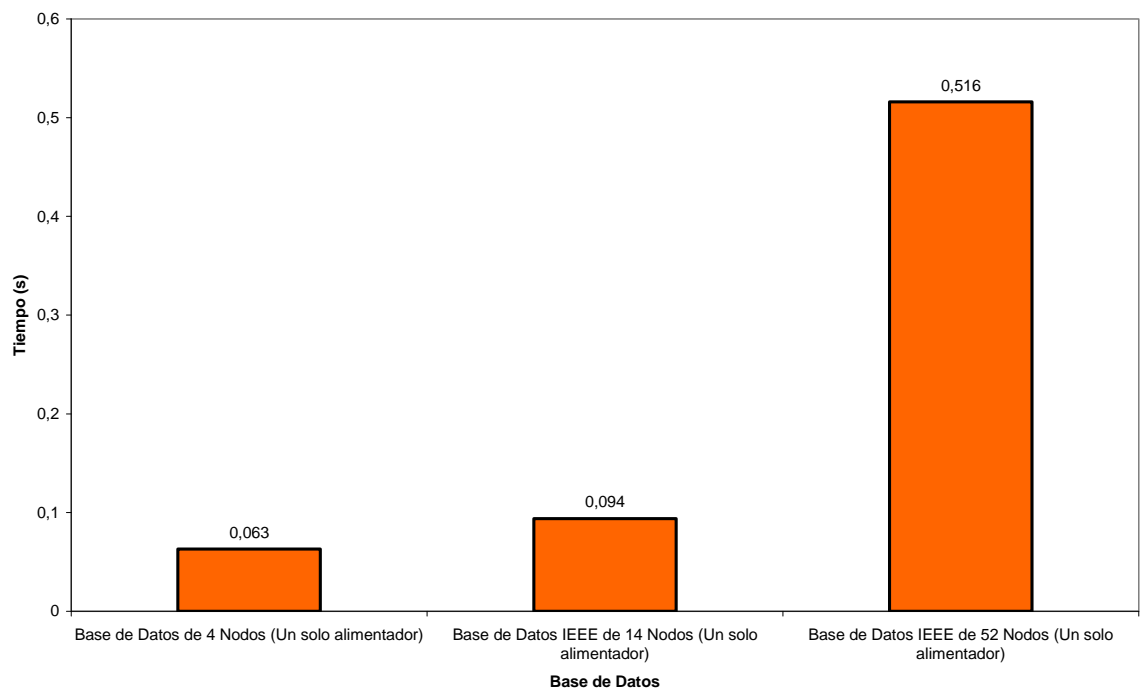


Figura 6.64. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método de Raciijic-Bose aplicado a una red de un solo alimentador.

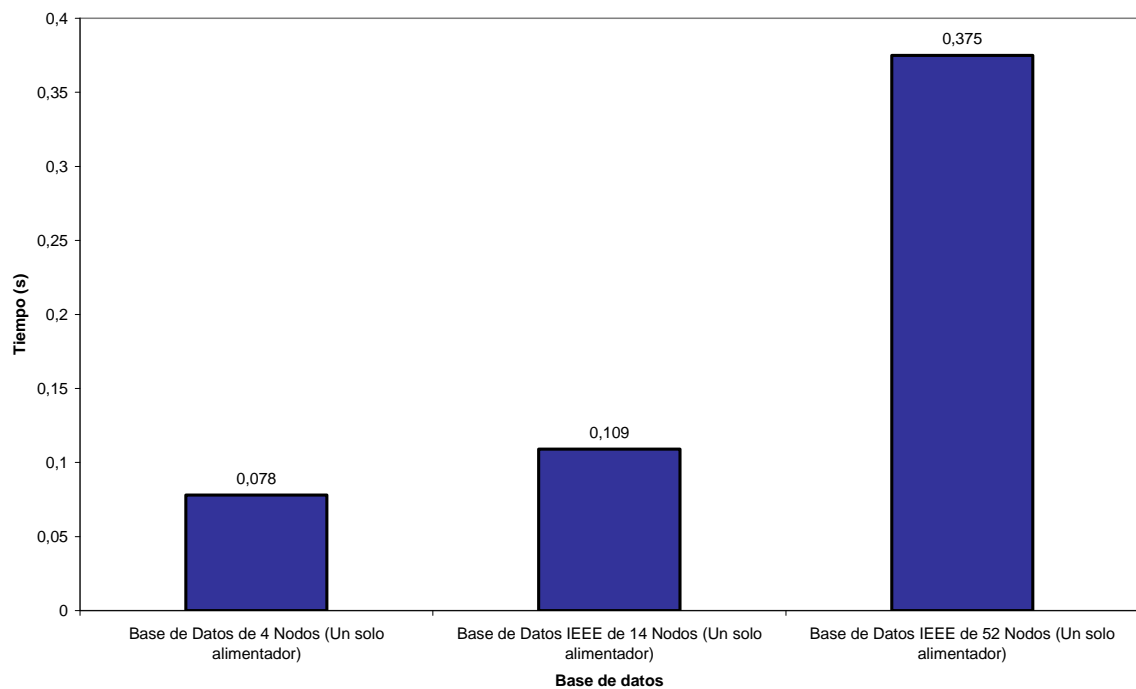


Figura 6.65. Comportamiento del tiempo de cálculo para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} aplicado a una red de un solo alimentador.

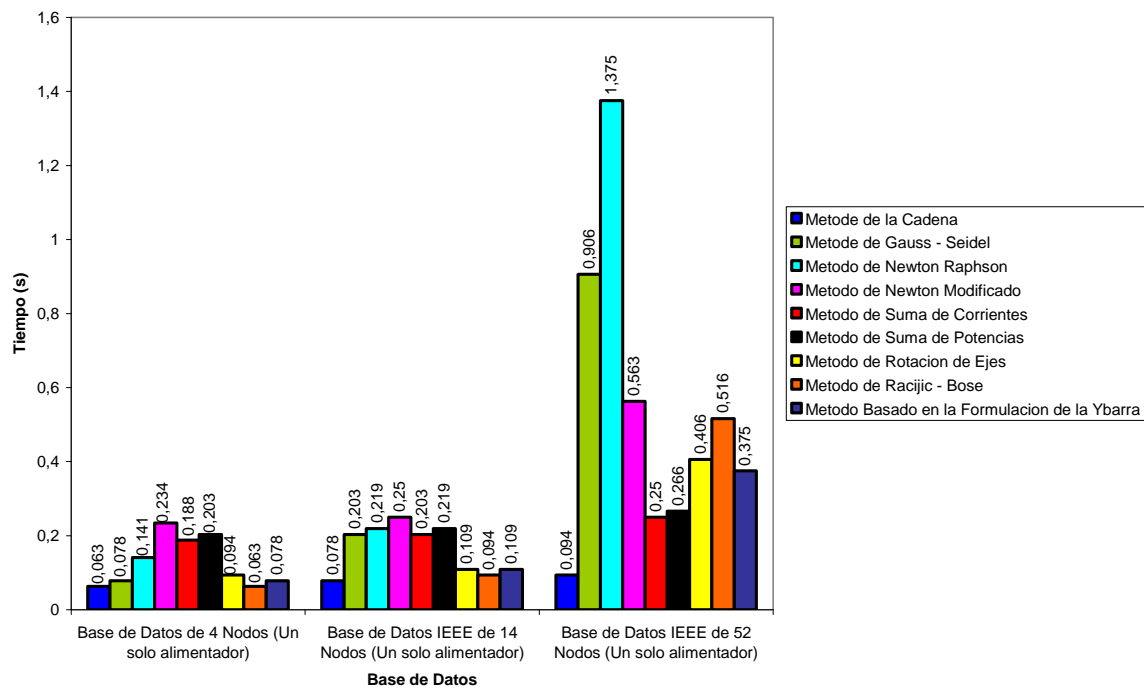


Figura 6.66. Comportamiento del tiempo de cálculo para todos los métodos aplicados a una red de un solo alimentador.

El método de La Cadena es el que presenta los tiempos de cálculo más bajos y además no se ve muy afectado ante el tamaño de la red en la cual se aplica. Los métodos de Gauss-Seidel y el de Newton Raphson no se comportan muy bien para este tipo de redes.

6.9.2. Numero de iteraciones requeridas por el método de la Cadena con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga

Se puede observar el comportamiento del método de La Cadena, con respecto a los demás métodos de flujo de carga, con respecto al número de iteraciones que se requieren para hallar la solución del sistema.

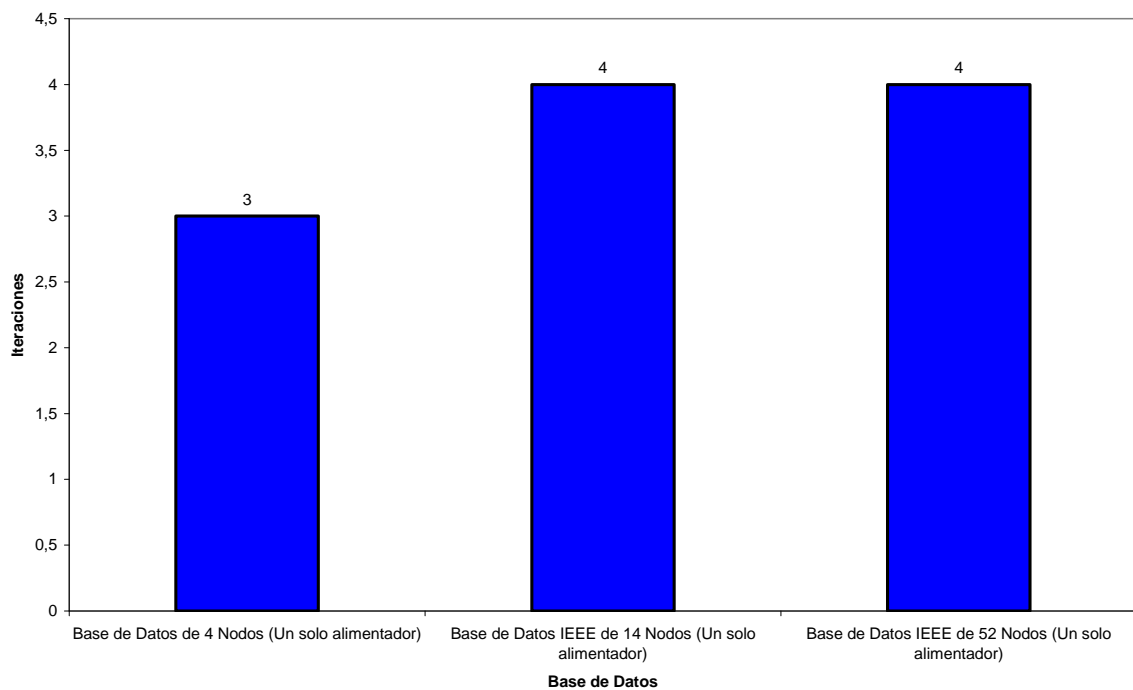


Figura 6.67. Numero de iteraciones requeridas por el método de La Cadena al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

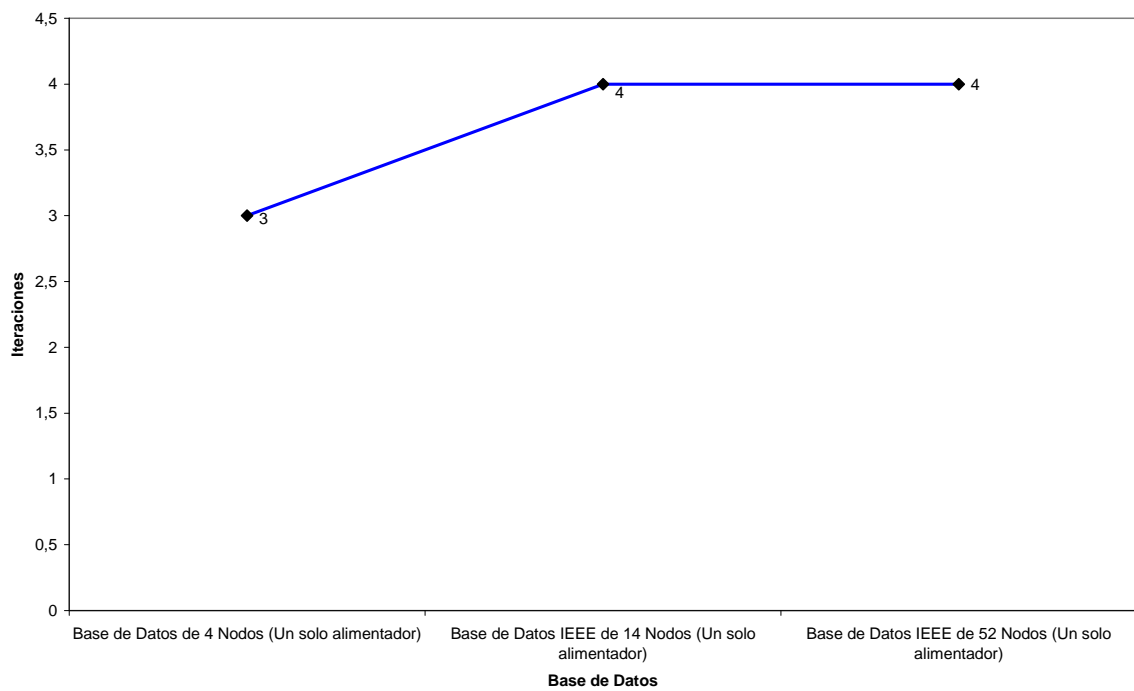


Figura 6.68. Numero de iteraciones requeridas por el método de La Cadena al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

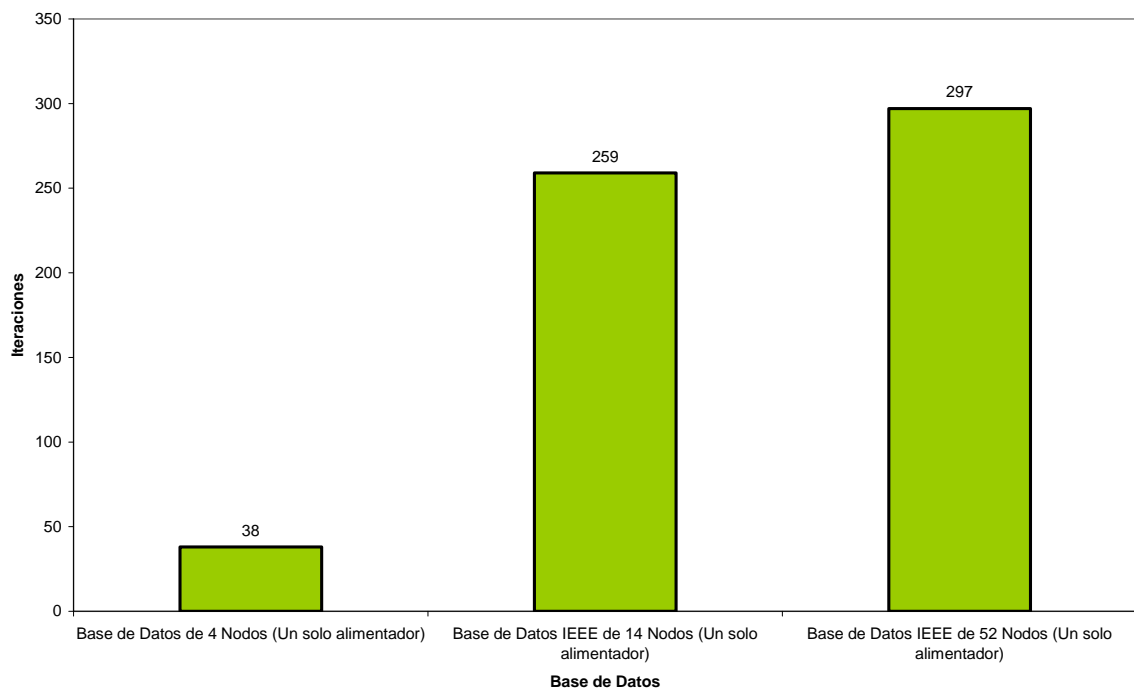


Figura 6.69. Numero de iteraciones requeridas por el método de Gauss-Seidel al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

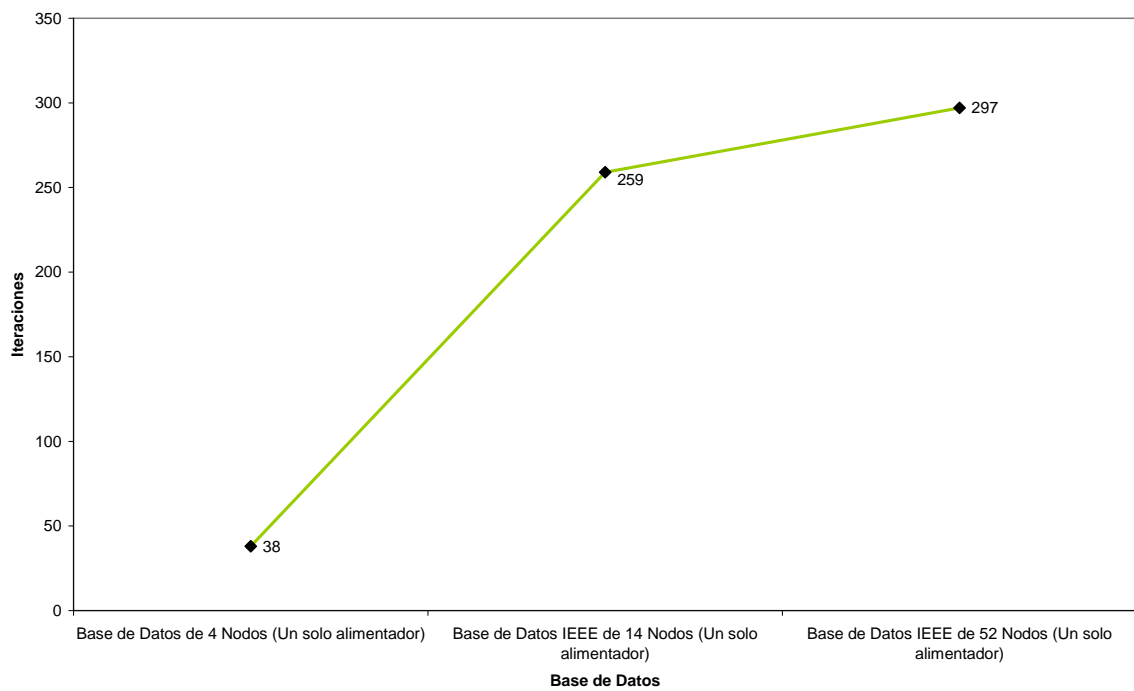


Figura 6.70. Numero de iteraciones requeridas por el método de Gauss-Seidel al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

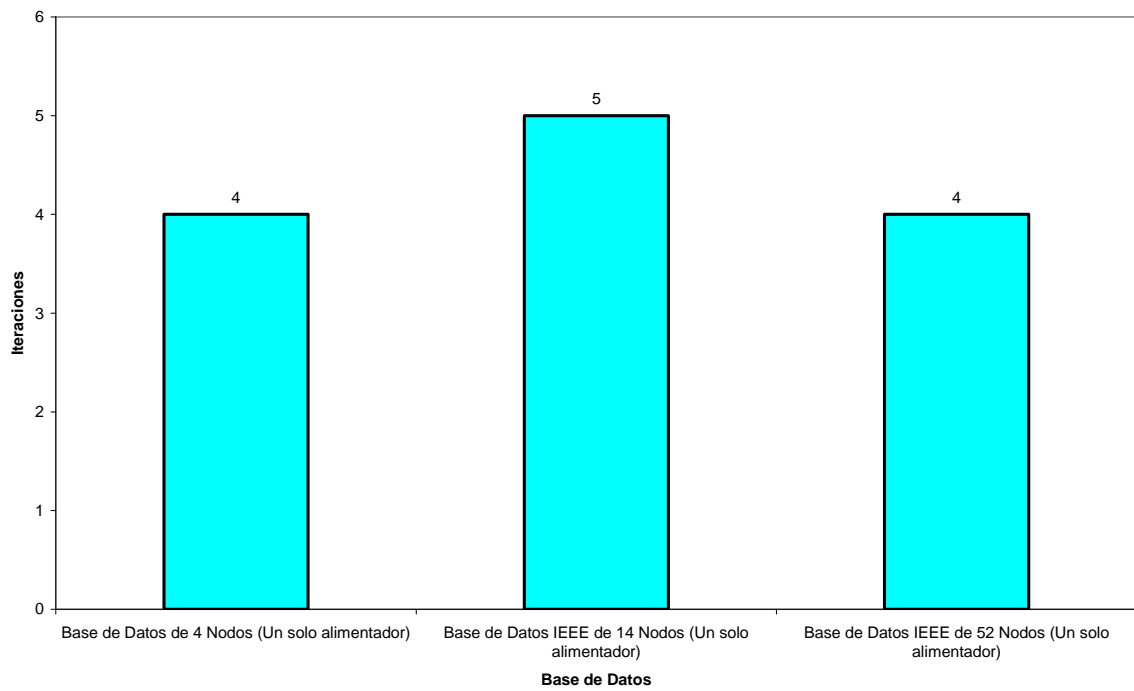


Figura 6.71. Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Raphson al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

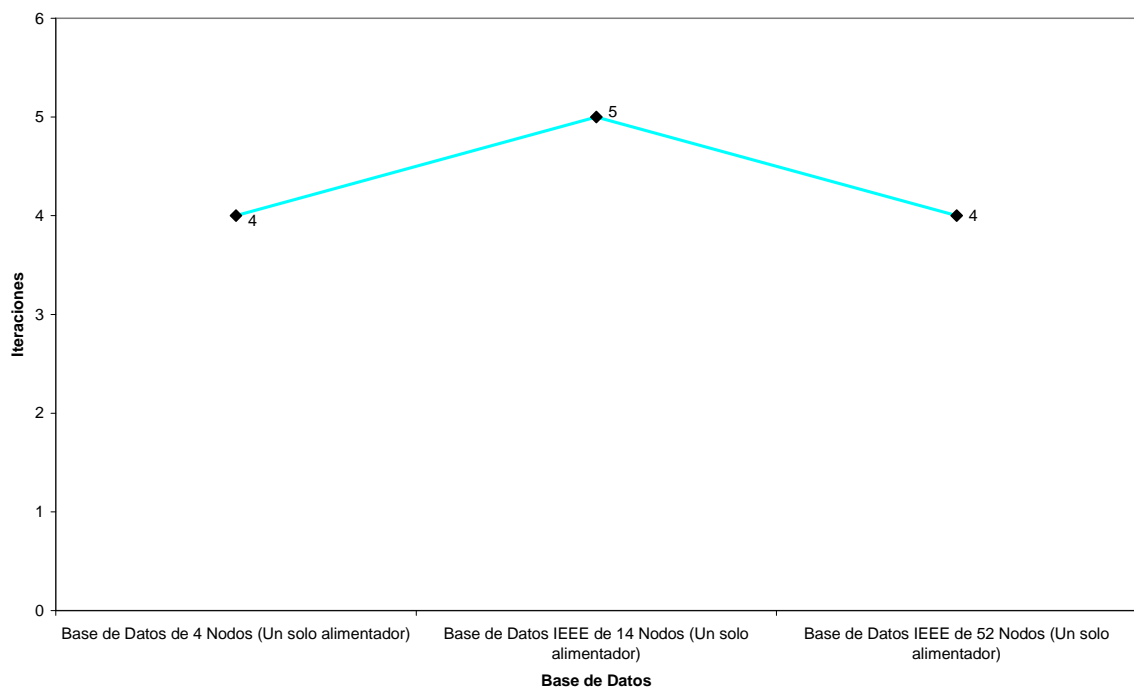


Figura 6.72. Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Raphson al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

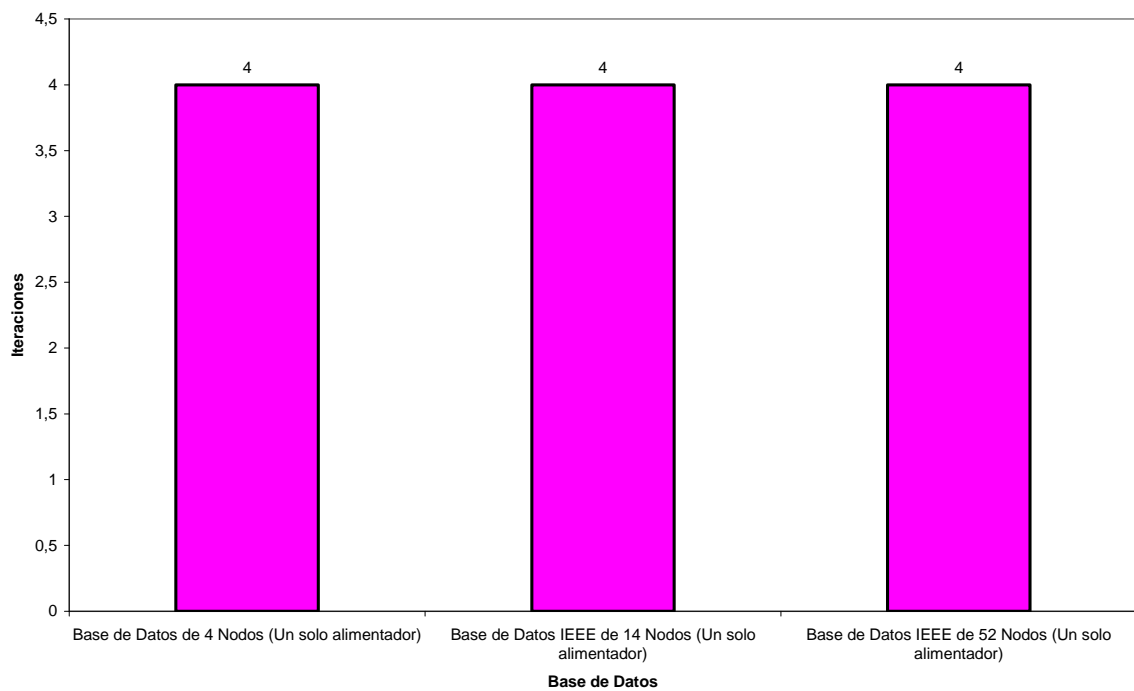


Figura 6.73. Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Modificado al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

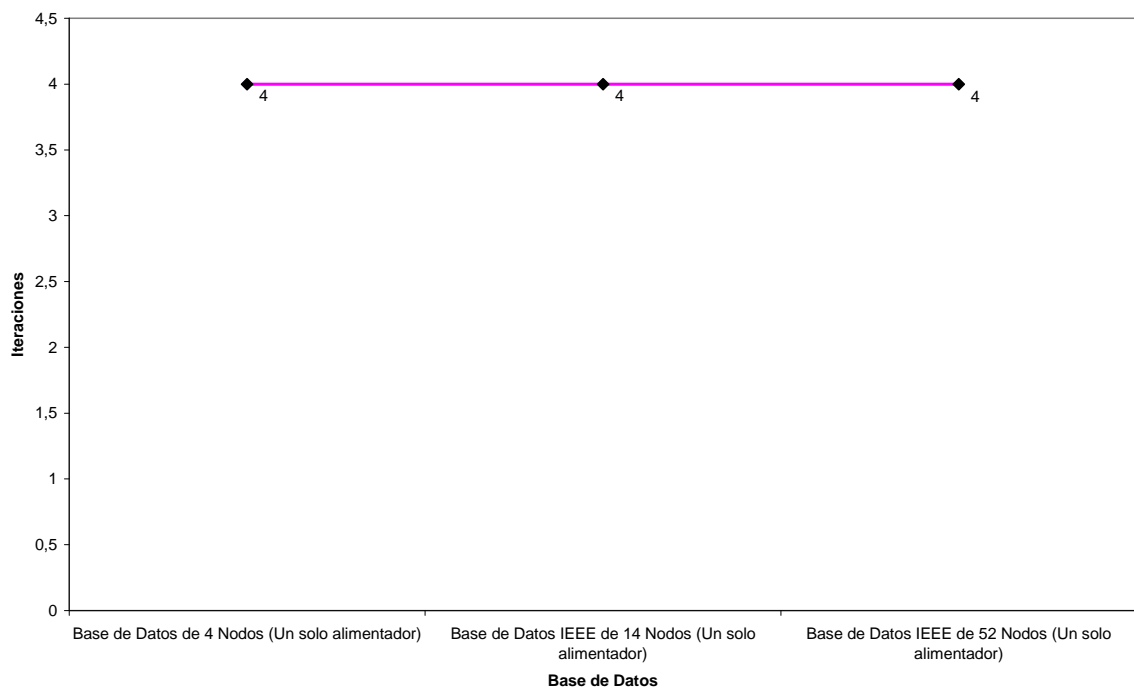


Figura 6.74. Numero de iteraciones requeridas por el método de Newton Modificado al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

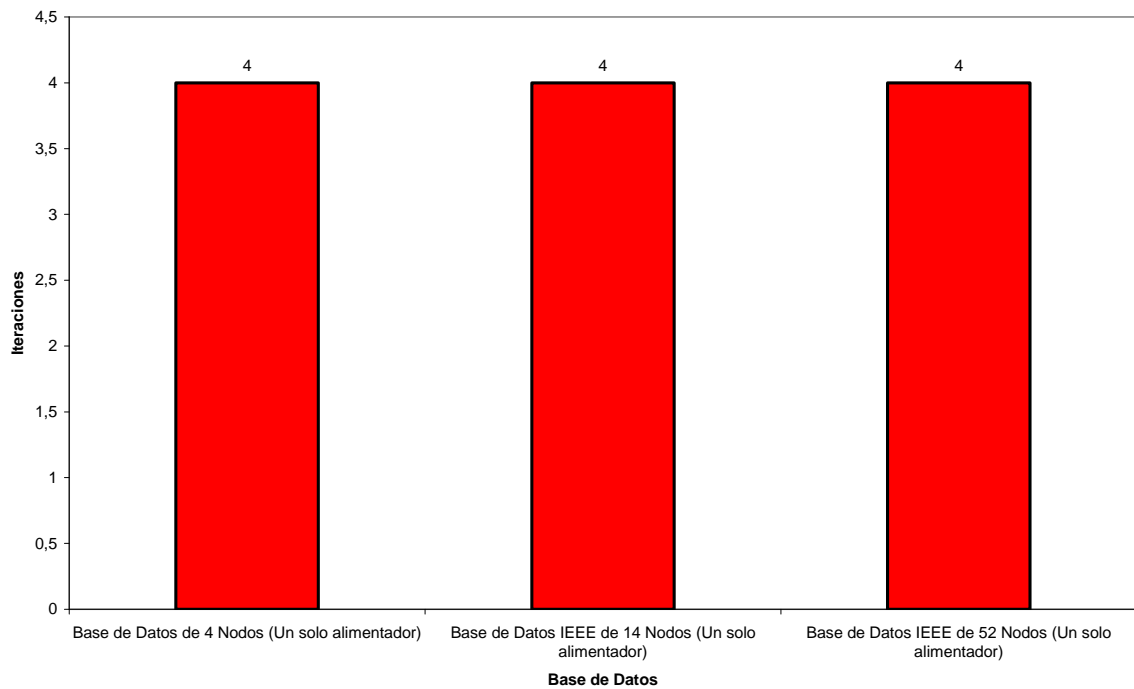


Figura 6.75. Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Corrientes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

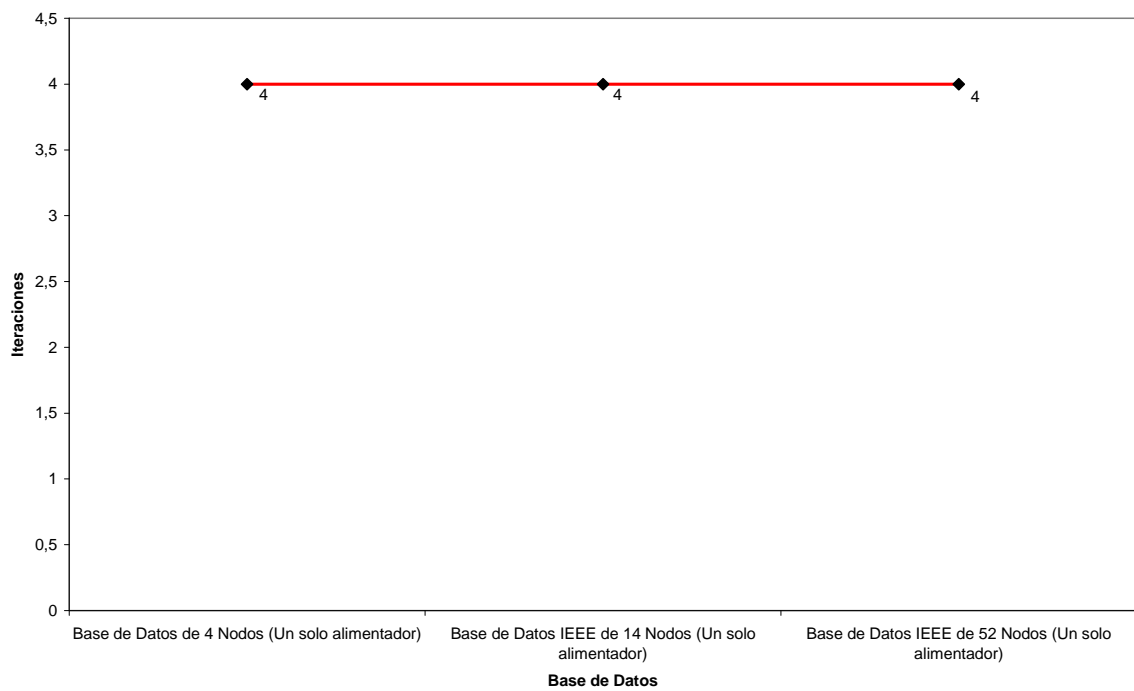


Figura 6.76. Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Corrientes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

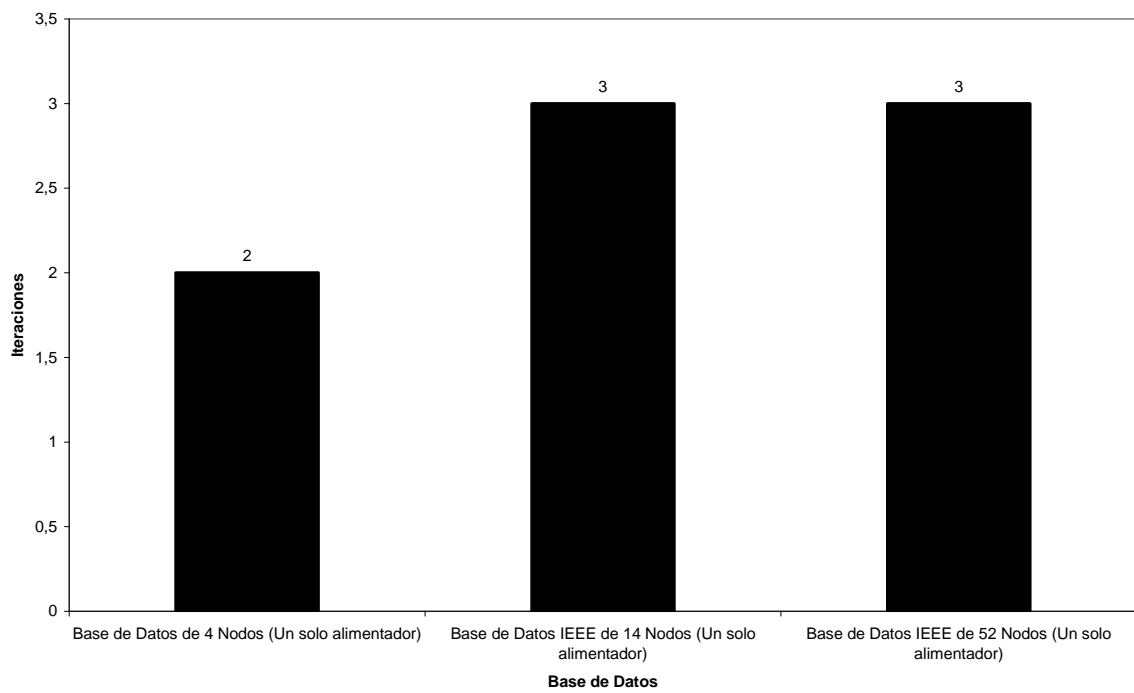


Figura 6.77. Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Potencias al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

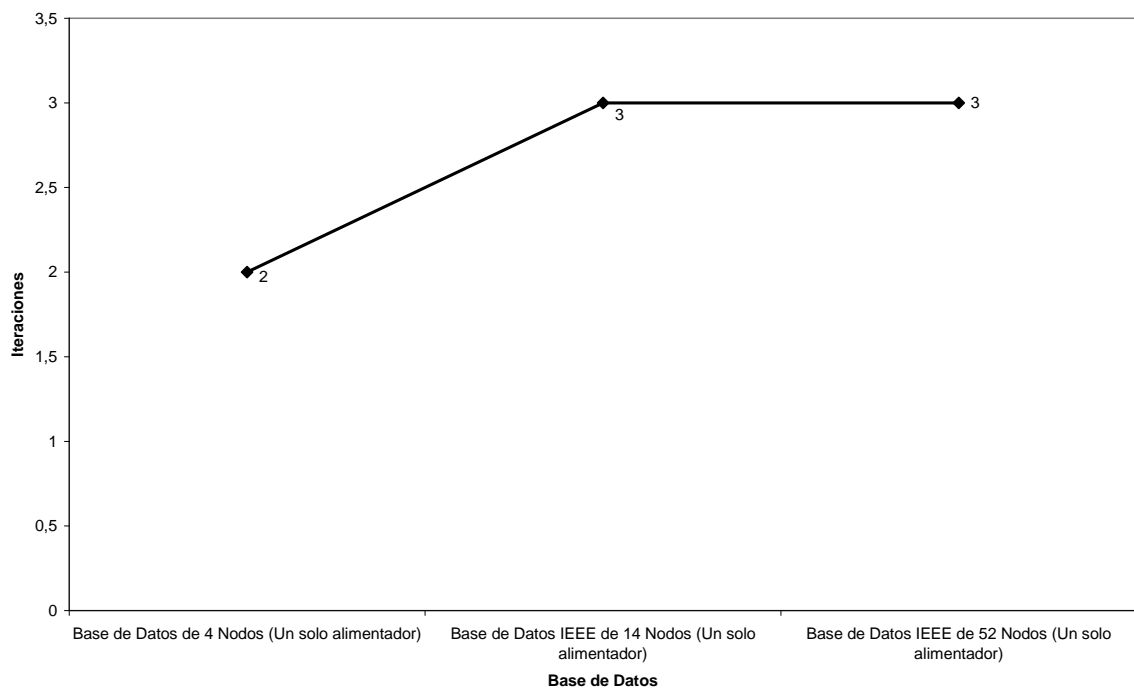


Figura 6.78. Numero de iteraciones requeridas por el método de Suma de Potencias al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

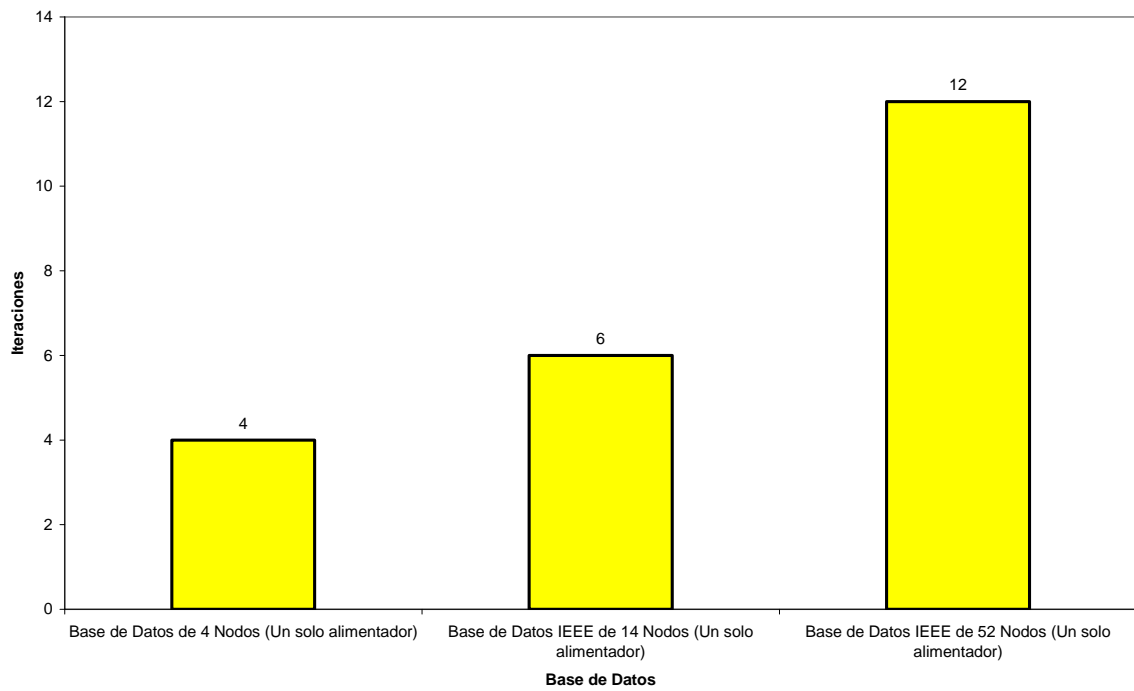


Figura 6.79. Numero de iteraciones requeridas por el método de Rotación de Ejes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

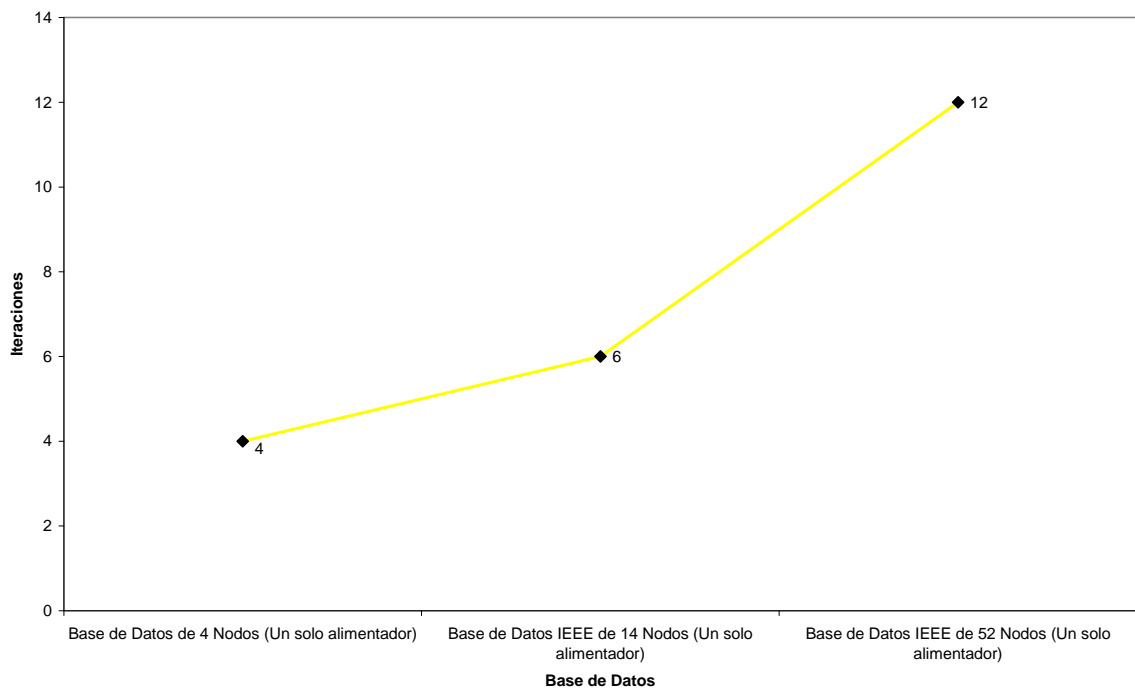


Figura 6.80. Numero de iteraciones requeridas por el método de Rotación de Ejes al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

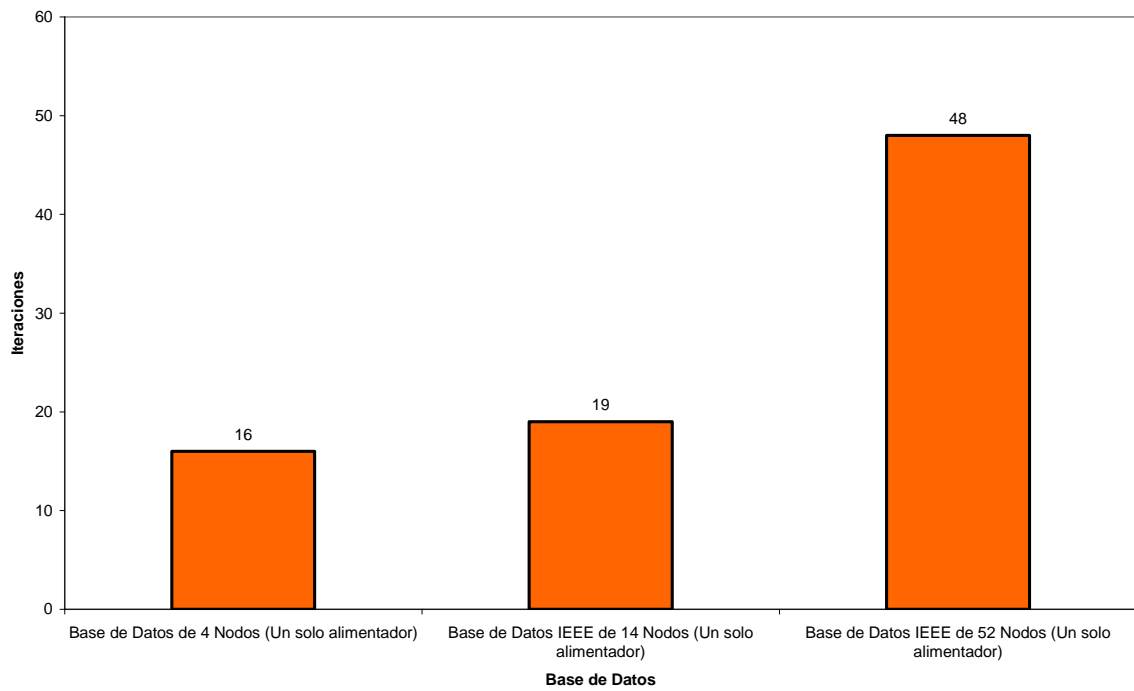


Figura 6.81. Numero de iteraciones requeridas por el método de Raciijc-Bose al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

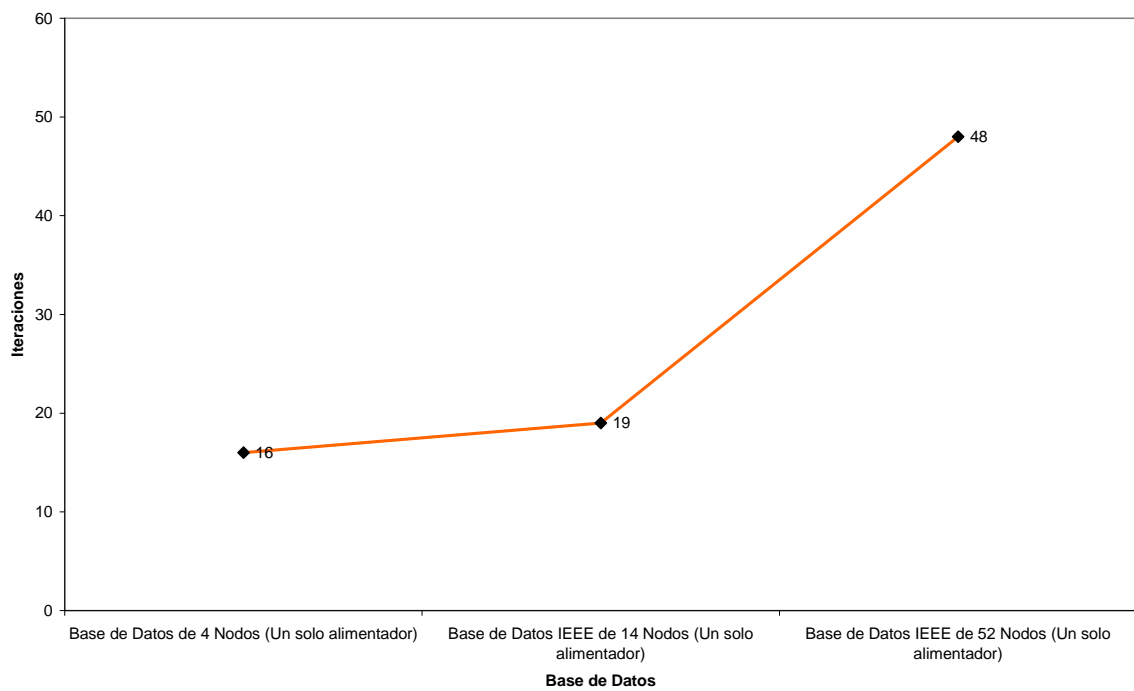


Figura 6.82. Numero de iteraciones requeridas por el método de Racijic-Bose al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

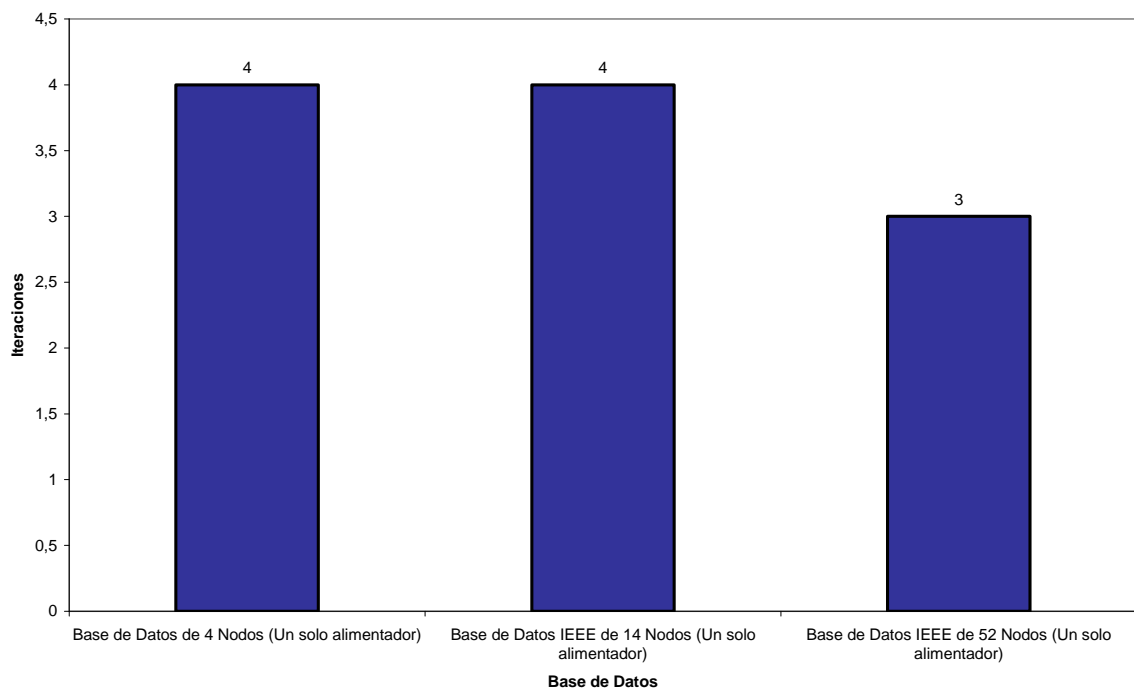


Figura 6.83. Numero de iteraciones requeridas por el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

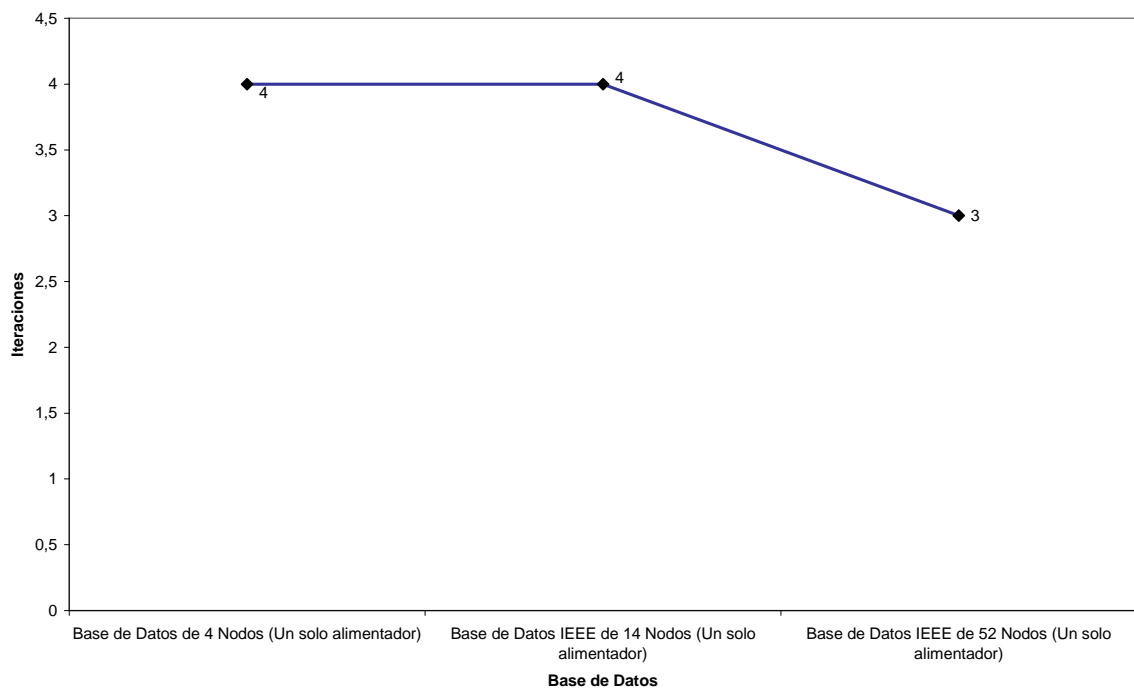


Figura 6.84. Numero de iteraciones requeridas por el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al ser aplicado a una red de un solo alimentador.

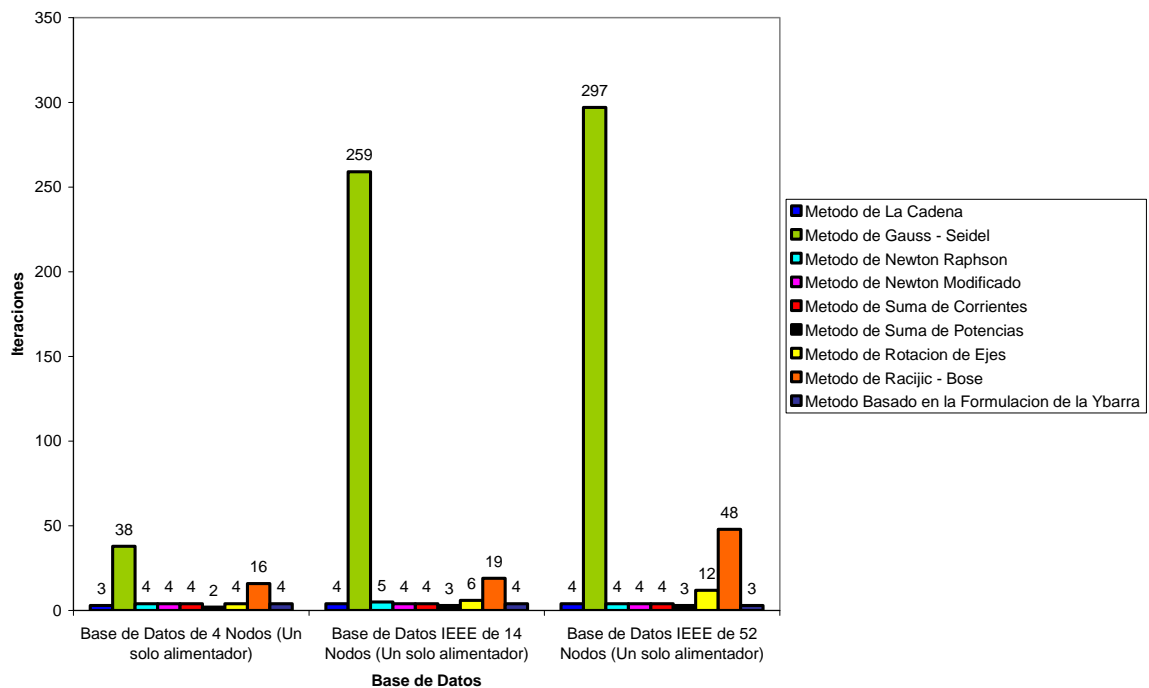


Figura 6.85. Numero de iteraciones requeridas por cada uno de los métodos al ser aplicados a una red de un solo alimentador.

6.9.3. Numero de iteraciones requeridas por el método de la Cadena ante variaciones de la carga con respecto a los demás métodos de Flujo de Carga

Se puede observar el comportamiento del método de La Cadena, con respecto a los demás métodos de flujo de carga, con respecto al número de iteraciones que se requieren para hallar la solución del sistema, cuando se hacen variaciones porcentuales de la carga inyectada en cada una de las barras del sistema.

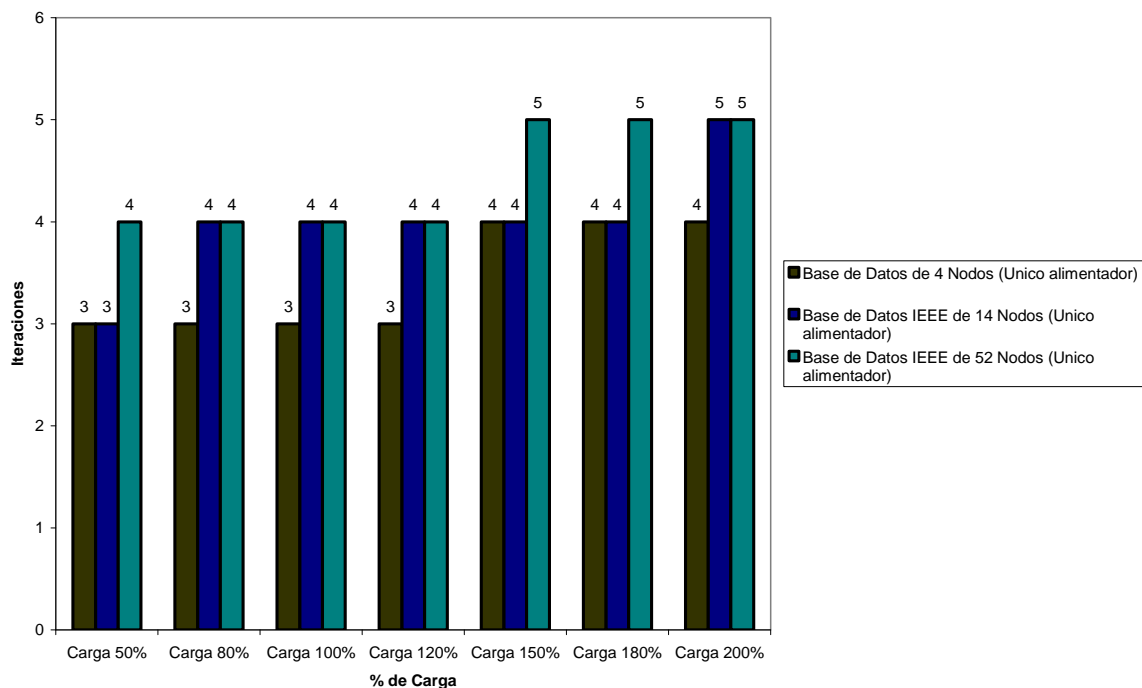


Figura 6.86. Numero de iteraciones para el método de La Cadena al variar la carga inyectada en una red de de un solo alimentador.

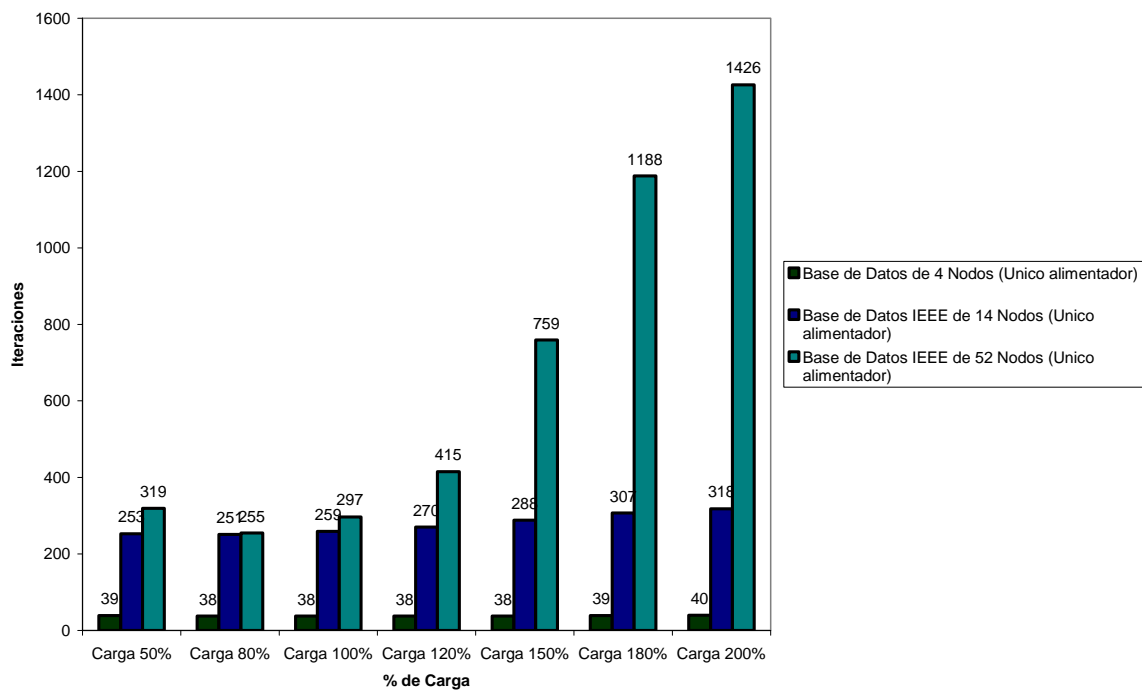


Figura 6.87. Numero de iteraciones para el método de Gauss-Seidel al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

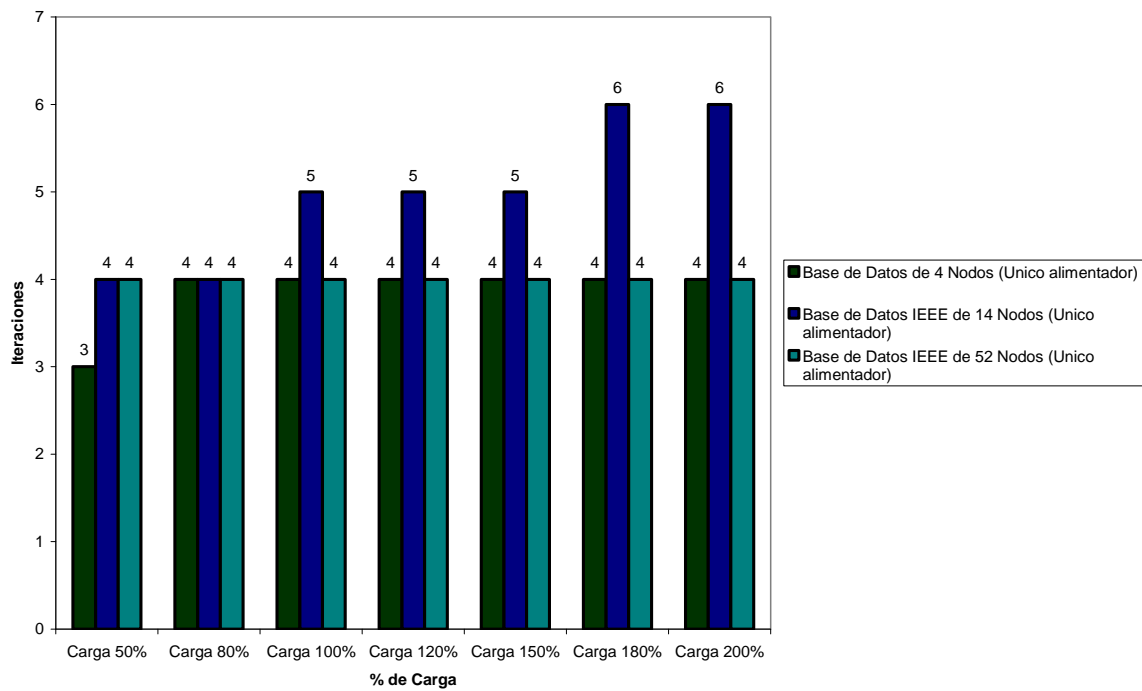


Figura 6.88. Numero de iteraciones para el método de Newton Raphson al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

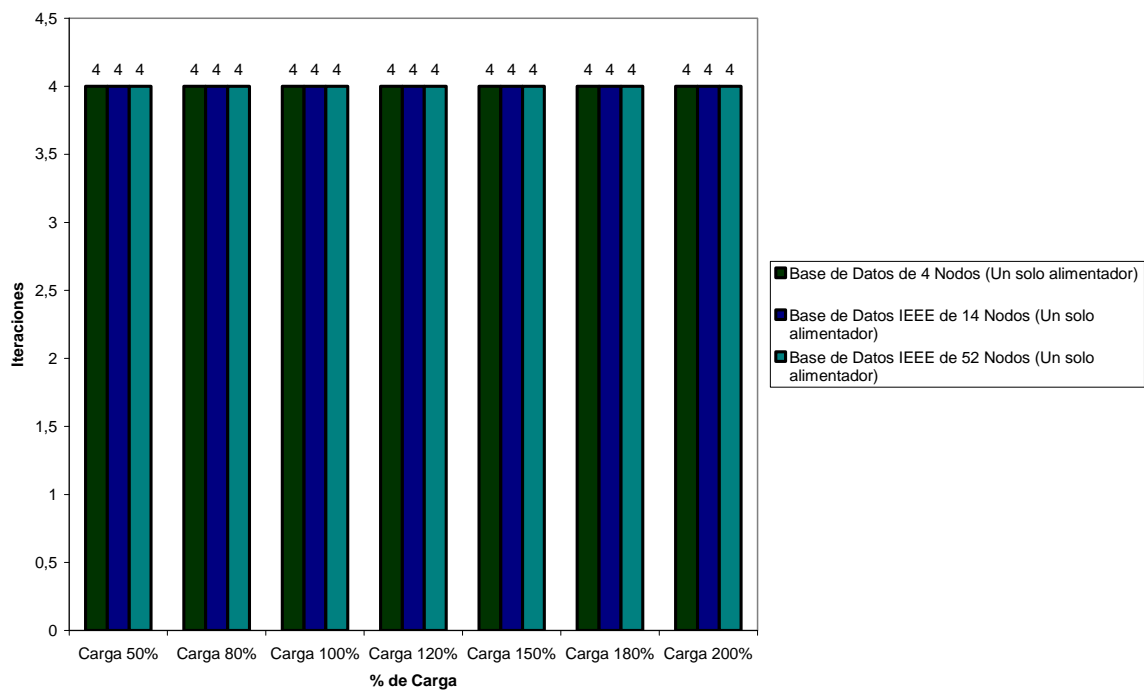


Figura 6.89. Numero de iteraciones para el método de Newton Modificado al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

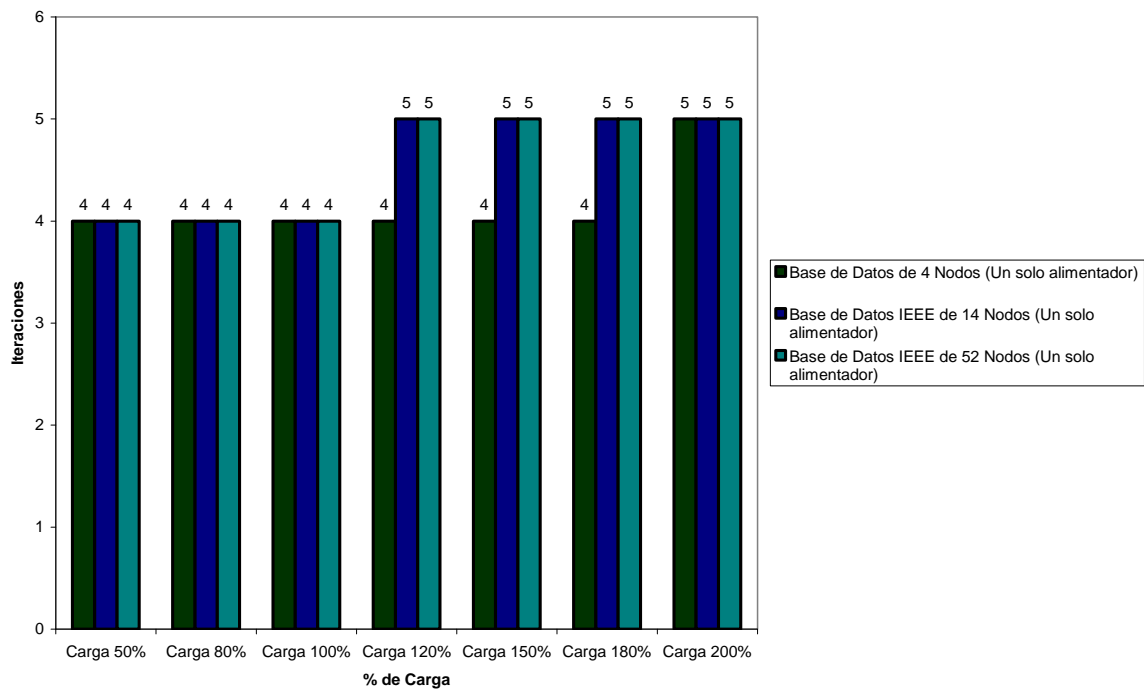


Figura 6.90. Numero de iteraciones para el método de Suma de Corrientes al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

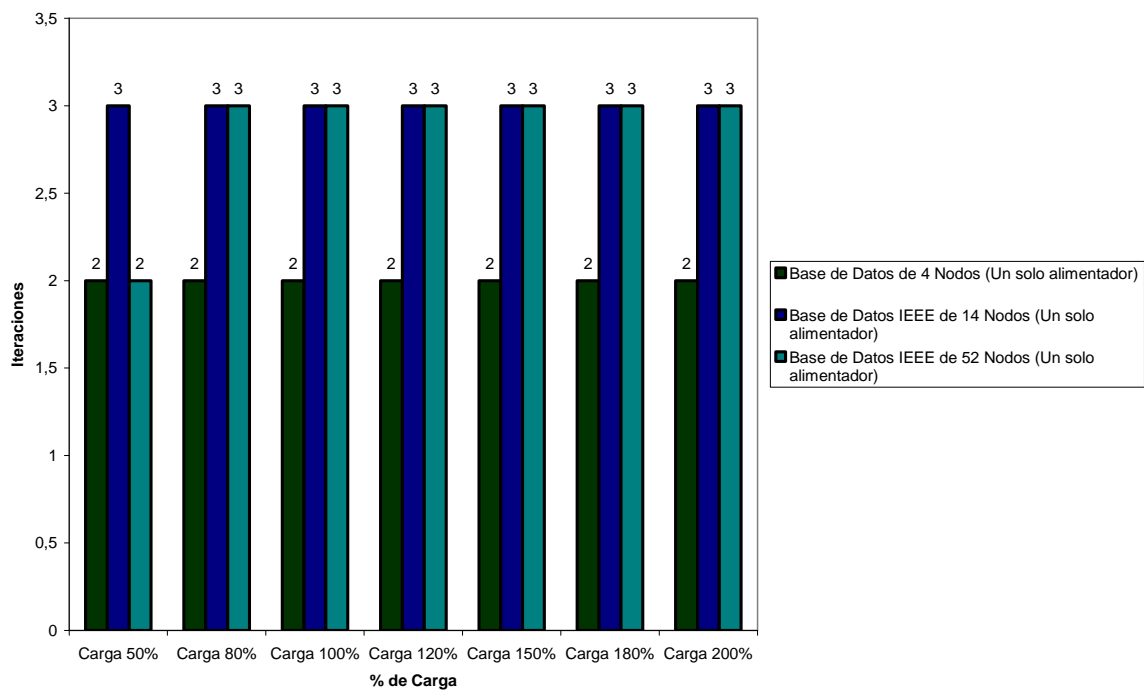


Figura 6.91. Numero de iteraciones para el método de Suma de Potencias al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

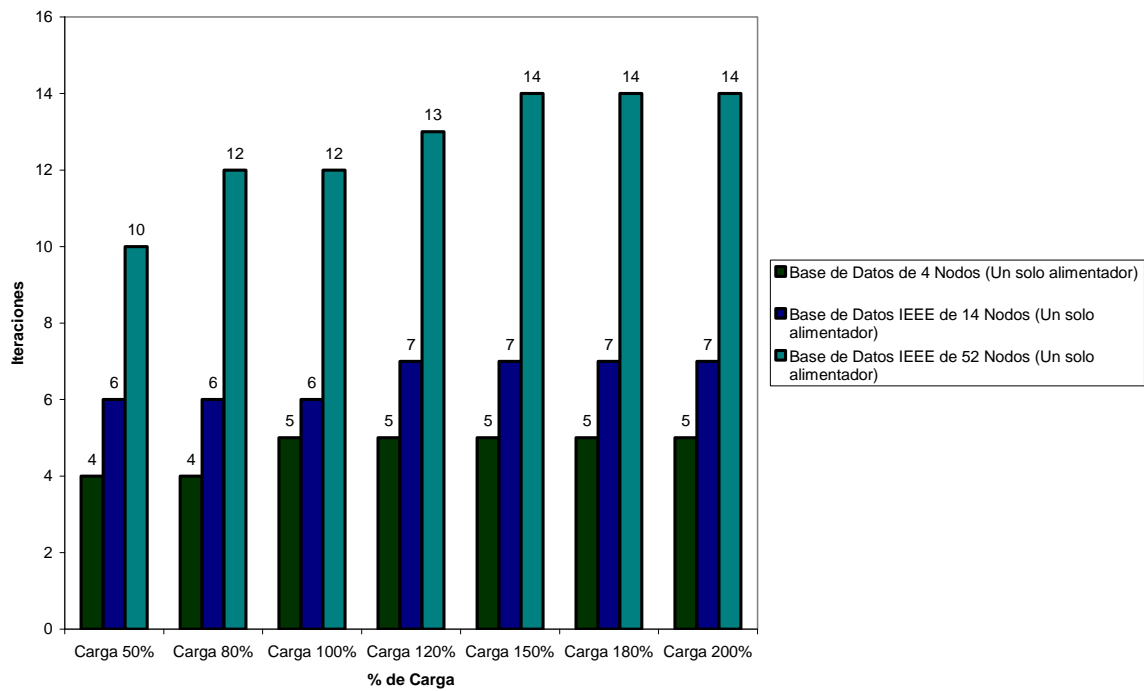


Figura 6.92. Numero de iteraciones para el método de Rotación de Ejes al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

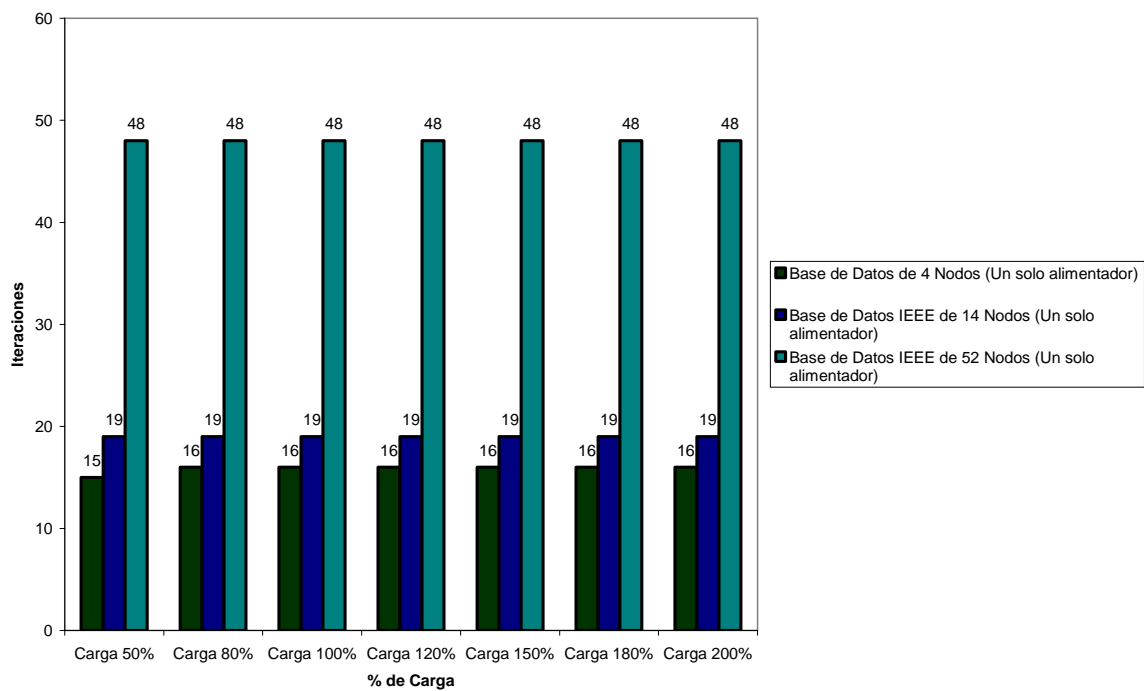


Figura 6.93. Numero de iteraciones para el método de Racijic-Bose al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

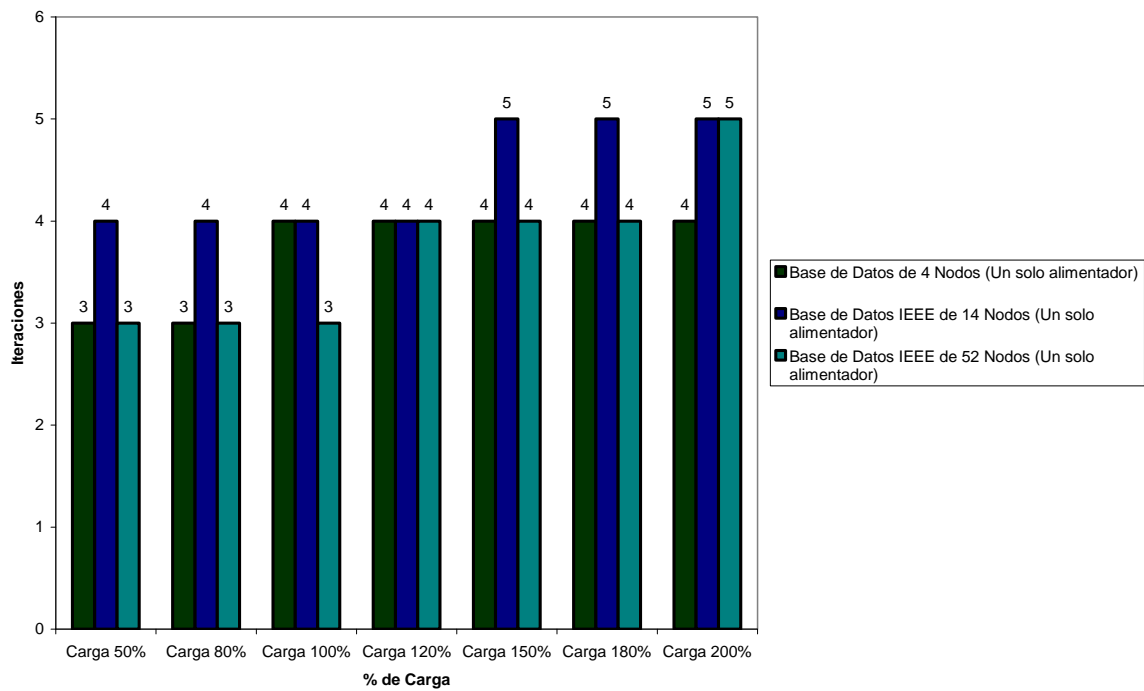


Figura 6.94. Numero de iteraciones para el método Basado en la Formulación de la Y_{BUS} al variar la carga inyectada en una red de un solo alimentador.

7. CONCLUSIONES

1. En este trabajo se presento un estudio comparativo sobre diferentes metodologías de cálculo de flujo de potencia para sistemas de distribución. El cual permite observar el comportamiento de los diferentes métodos y así poder determinar ante que condiciones del sistema es más adecuado aplicar una u otra metodología.
2. Los métodos de Suma de Corrientes y Suma de Potencias están ubicados dentro del grupo de los métodos de barrido, ambos métodos presentan tiempos de cálculo relativamente bajos y estables para sistemas de diferentes dimensiones. Cuando se aplican en redes pequeñas (hasta 50 barras aproximadamente) el tiempo de calculo es bajo. Cuando son aplicados en redes de mas de 100 barras, el tiempo de calculo se incrementa levemente, pero sigue siendo robusto comparado con otras metodologías.
3. Los métodos de flujo de carga convencionales y los que se encuentran ubicados dentro del grupo de otros métodos, presentan los tiempos de calculo mas bajos cuando son aplicados en sistemas pequeños, pero cuando se aplican en sistemas grandes de mas de 100 barras son muy altos lo que los hace inapropiados para este tipo de redes. Siendo los métodos de Gauss–Seidel y el de Newton Raphson los que presentan los tiempos mas altos en redes de gran tamaño.
4. El método de Newton Modificado a pesar de ser un método que se basa en la metodología de cálculo de los métodos de barrido, su comportamiento es muy

similar a los métodos de flujo de carga convencionales. Se podría afirmar basándose en el comportamiento de sus respuestas con respecto al tiempo de cálculo que es un método de flujo de carga convencional.

5. Los métodos de Suma de Corrientes y Suma de Potencias presentan una respuesta con respecto al tiempo de cálculo proporcional al grado de dificultad o tamaño de la red, manejando tiempos relativamente bajos. En cuanto a las metodologías que se encuentran dentro de los grupos de métodos convencionales y otros métodos, se puede decir que son las ideales para ser aplicadas en redes pequeñas, pero su tiempo de cálculo se eleva considerablemente cuando se aplican en redes de gran tamaño.
6. El método de suma de potencias presenta un muy buen comportamiento en cuanto al número de iteraciones que requiere para llegar a la solución. Este método presenta una estabilidad relativa ya que casi siempre requiere del mismo número de iteraciones al ser aplicado en sistemas pequeños y grandes. Al hacer variaciones de la tolerancia y de la carga inyectada en las barras se observan unas pequeñas variaciones en el número de iteraciones requeridas, pero en general su comportamiento es muy estable.
7. Los métodos de Gauss–Seidel y el de Rotación de Ejes, requieren muchas iteraciones cuando son aplicados en redes de gran tamaño. Siendo el caso del método de Gauss–Seidel el mas sensible a la divergencia.
8. El método de Gauss–Seidel, en el momento de hacer variaciones porcentuales de la carga inyectada en las barras del sistema, requiere cada vez más iteraciones a medida que se aumenta el porcentaje de carga inyectado. Al inyectar un 200% de carga en las barras este método requiere un numero muy elevado de iteraciones.
9. Se observo que el método de suma de corrientes, cuando se aplica el modelo de corriente constante, el programa no efectúa menos iteraciones y tampoco tarda

un tiempo de cálculo menor, debido a que la corriente en teoría es constante. La causa es que la corriente por los elementos se calcula dividiendo por el conjugado de la tensión de recibo, y es ese el factor que no permite que esta sea constante en magnitud y ángulo, solo es constante en magnitud.

10. En general al modelar la carga, los tres modelos presentan un comportamiento muy similar, independientemente de que se aplique en el método de Suma de Corrientes o en el de Potencias.
11. Aunque la dispersidad reduce significativamente el tiempo de cálculo en sistemas de potencia, al trabajar con matrices dispersas este no presenta cambios significativos, en algunos sistemas se mantuvo el mismo tiempo, en otros sistemas el tiempo se redujo o aumento levemente. Se puede afirmar entonces que no fue de mucha utilidad aplicar dispersidad a las redes de prueba con las que se trabajo. Esto se debe al esfuerzo computacional de la creación de estas matrices sobre sistemas de distribución.
12. Independientemente del resultado obtenido al trabajar con matrices dispersas, el método matricial que presento el mejor comportamiento fue el de Racijic–Bose, ya que sus tiempos de cálculo fueron los más bajos para cada uno de los diferentes sistemas. Se debe aclarar que su comportamiento fue casi idéntico al obtenido cuando no se trabajo con dispersidad.
13. Al trabajar con redes radiales compuestas por un único alimentador, se puede observar que el método de La Cadena presenta el mejor comportamiento con respecto al tiempo de cálculo, comparado con las demás metodologías de flujo de carga. Los tiempos obtenidos para el método de La Cadena son los más bajos y aumentan proporcionalmente con el aumento del grado de dificultad de la red en que se aplica. Al ser usado en redes cada vez más grandes el tiempo de cálculo requerido se incrementa pero no se excede demasiado, manteniendo un comportamiento relativamente estable.

14. Los métodos que presentan un comportamiento deficiente con respecto al tiempo de cálculo, al ser aplicados en redes radiales compuestas por un único alimentador, son los métodos de Newton Raphson y el método de Gauss–Seidel. Los tiempos de cálculo para estas metodologías se incrementan excesivamente cuando el grado de dificultad de la base de datos aumenta.
15. El comportamiento de las demás metodologías de flujo de carga con respecto al tiempo de cálculo es muy similar cuando son aplicados a redes pequeñas pero su tiempo de cálculo se incrementa considerablemente cuando el tamaño de la red aumenta, lo que las hace ineficientes para trabajar con redes radiales grandes compuestas por un único alimentador.
16. Con respecto al número de iteraciones requeridas para llegar a la solución cuando se trabaja con una red compuesta por un único alimentador, se observó que el método de La cadena presenta un muy buen comportamiento, ya que el número de iteraciones necesarias no se incrementa demasiado al variar el grado de complejidad de la red. Se observa un comportamiento estable.
17. El método de Gauss–Seidel es la metodología más deficiente con respecto al número de iteraciones requeridas para llegar a la solución cuando se trabaja con una red compuesta por un único alimentador, ya que requiere un número de iteraciones considerablemente alto para hallar la solución del problema de flujo de carga.
18. Al realizar variaciones porcentuales de carga en las barras de una red compuesta por un único alimentador, se observa que el método de La cadena no requiere muchas iteraciones para hallar la solución del problema, y su comportamiento es bueno en redes pequeñas y en redes grandes. Se determinó también que el método de Gauss–Seidel y el de Racić–Bose requieren un número de iteraciones considerablemente alto para hallar la solución, y que al ser aplicados en redes de gran tamaño su comportamiento no es el más óptimo. Las demás metodologías de flujo de carga estudiadas, presentan un comportamiento aceptable con

respecto al número de iteraciones requeridas para solucionar el problema de flujo de Potencia.

19. Se puede afirmar que el método de La Cadena es la metodología mas adecuada para resolver una red radial compuesta por un único alimentador. El método de Gauss–Seidel no es el más adecuado para trabajar con este tipo de redes de distribución.

7.1. APORTES

El aporte que se logra con el desarrollo de este trabajo es lograr hacer una comparación entre las diferentes metodologías de flujo de carga que se han planteado para sistemas de distribución. Así se logra determinar el comportamiento de cada una de ellas, y poder observar ante que condiciones del sistema resulta más adecuado aplicar cada una. Esto permite al operador de la red aplicar el método de solución que mejor se adecue a las condiciones de operación que se presentan en su sistema.

8. BIBLIOGRAFIA

- [1] GRAINGER Jhon J, and STEVENSON William D. Análisis de sistemas de potencia. Mc Graw Hill.
- [2] GALLEGO R. Ramón A. Análisis de sistemas de potencia. Universidad Tecnológica de Pereira.
- [3] VEMPATI N., SHOULTS R. R., CHEN M. S., SCHWOBEL L. Simplified Feeder Modeling for Load flow Calculations. IEEE Trans. On PAS, Vol. PWRS-2, No 1, 168-174, (Feb. 1987).
- [4] Gauss-Seidel. Archivo PDF . Disponible en Internet en la página: http://latienda.svsal.com/component/option,com_docman/task,doc_view/gid,1/Itemid,48/. Pag 1 – 14.
- [5] BRAVO B. Juan Eduardo, BOTERO A. Alberto J. y BOTERO A. Marcela. El método de Newton Raphson, La alternativa del Ingeniero para resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Scientia et Technica Año XI, No 27, Abril 2005. UTP. ISSN 0122-1701.
- [6] GARCES RUIZ, Alejandro., MANSO GALVIS, Juan Carlos. Flujo de Carga Armónico para Sistemas Radiales. Tesis de Grado. Universidad Tecnológica de Pereira. Septiembre 2004.
- [7] G. W. Chang., S. Y. Chu., H. L. Wang. An Improved Backward/Forward Sweep Load Flow Algorithm for Radial Distribution Systems. IEEE Transactions on Power Systems.
- [8] Método de Suma de Potencias. Archivo PDF . Disponible en Internet en la página: <http://www.nacad.ufrj.br/~falcao/coe751/FluxoDistrib%5B1%5D.pdf>. Pag 2 – 6.

- [9] Fan Zhang., Carol S. Cheng. A Modified Newton Method for Radial Distribution System Power Flow Analysis. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997. Pag 389 – 397.

- [10] DRAGOSLAV RAJICIC., ANJAN BOSE. A Modification to the Fast Decoupled Flow for Networks with High R/X Ratios. IEEE, Transactions on Power Systems, Vol. 3, No 2, Mayo 1998. Pag 743 – 746.

- [11] M. E. BARAN, F. F. WU., Optimal Sizing of Capacitors Placed on Radial Distribution. IEEE, Transactions on Power Delivery, Vol. 7, No 3, July 1992.

- [12] GRANADA ECHEVERRI, Mauricio. Flujo de Potencia Óptimo Usando el Método del Gradiente. Tesis de Grado. Universidad Tecnológica de Pereira. Junio 2001.

- [13] Método de Rotación de Ejes. Archivo PDF . Disponible en Internet en la página: <http://www.dsee.fee.unicamp.br/~ccastro/cursos/it601/cap7.pdf>. Pag 3 – 5.

- [14] YOUNG-HYUN MOON., BYOUNG CHOI., BYOUNG-HOON CHO., SE-HO KIM., BOK-NAM., JUNG-HO LEE. Fast Reliable System Load Flow Algorithm Based on the Y_{BUS} Formulation. IEEE 0-7803-5569 Mayo de 1999.

- [15] MUÑOZ M. Cristian M. Flujo de Potencia Trifásico para Sistemas de Distribución. Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica.

- [16] BERG R., HAWKINS E. S., PLEINES W. W.. Mechanized Calculation of Unbalanced Load Flow in Radial Distribution Circuits. IEEE Trans. On PAS, Vol. PAS-86, No 4, 415-421, (Abril 1967).

- [17] R. BERG, Jr., E.S. HAWKINS., W. W. PLEINES. Mechanized Calculation of Unbalanced Load Flow on Radial Distribution Circuits. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-86, No 4, Abril 1967. Pag 415 – 420.

- [18] GARCES RUIZ, Alejandro., GRANADA ECHEVERRI, Mauricio., GALLEGO R., Ramón Alfonso. Flujo de Carga Trifásico para Sistemas Radiales de Distribución. Scientia et Técnica, Año X, No 24, Mayo 2004. Pag 19 – 24.

- [19] GRANADA ECHEVERRI, Mauricio. Flujo de Potencia para Sistemas Radiales de Distribución Usando el Método de la Cadena. Scientia et Técnica, No 20, Octubre 2002. Pag 183 – 188.

- [20] GRANADA ECHEVERRI, Mauricio. Flujos de Potencia Usando MATLAB. Scientia et Técnica, No 13, Julio 2000. Pag 175 – 182.

- [21] GARCES RUIZ, Alejandro., GALVIS MANSO, Juan Carlos., GALLEGO R., Ramón Alfonso. Flujo de Carga Armónico para Sistemas Radiales. Scientia et Técnica, Año X, No 25, Agosto. Pag 65 – 70.

- [22] Civalar, J.J. Grainger, H. Yin, and S.S H. Lee, "Distribution feeder reconfiguration for loss reduction", IEEE Trans. Power Delivery, Vol 3, July 1988, Pag 1217-1223.

- [23] D. Thukaram., H. P. Khincha., H. P. Vijaynarasimha. Artificial Neural Network and Support Vector Machine Approach for Locating Faults in Radial Distribution Systems. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 20, No. 2, April 2005. Pag 720.

- [24] GARCES RUIZ, Alejandro. Reconfiguracion de Alimentadores Primarios Usando una Metodología Combinatorial Bajo un Modelamiento Trifásico. Tesis de Grado de Maestría. Universidad Tecnológica de Pereira. 2005.

- [25] HSIAO-DONG CHIANG. A Decoupled Load Flow Method for Distribution Power Networks: Algorithms, analysis and convergence study. Internacional Journal of Electrical Power and Energy Systems. Vol. 13 - Issue, June 3 de 1991. Pag 130 – 138.
- [26] D. DASD., P KOTHARI KALAM. Simple and Effient Method for Load Flor Solution of Radial Distribution Netwoks. International Journal of Electrical Power and Energy Systems. Vol. 17 - Issue, October de 1995. Pag 335 – 346.

9. ANEXOS

ANEXO 1.

9.1. ALGORITMO DE ORDENAMIENTO NODAL

El algoritmo de ordenamiento nodal es fundamental en los métodos de flujo de carga de barrido, ya que permite sistematizar el proceso para realizar los respectivos barridos hacia abajo y hacia arriba.

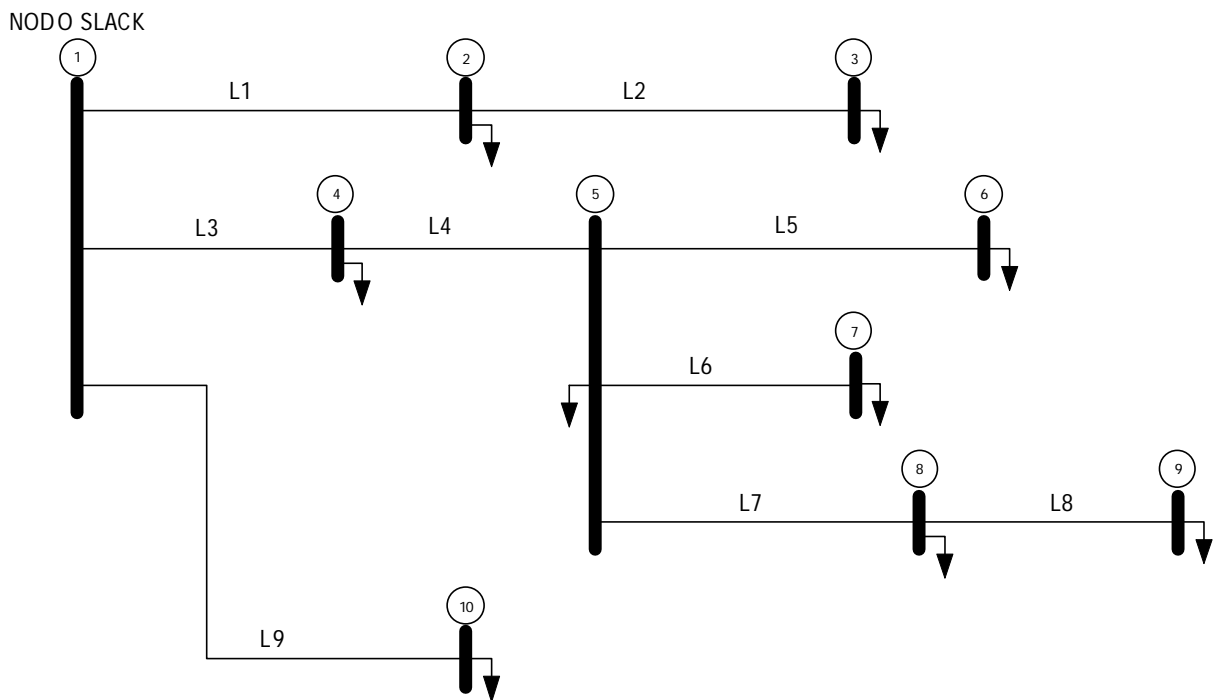


Figura 9.1. Sistema de prueba utilizado como ejemplo.

Este algoritmo permite calcular el flujo de corriente por una línea a partir de los flujos en las líneas inferiores y de la inyección de corriente en el nodo de recibo, (barrido hacia arriba). Igualmente, permite calcular el voltaje en nodos inferiores a partir del voltaje en un nodo superior (barrido hacia abajo).

Por esta razón antes de comenzar con el desarrollo de este tipo de métodos, se explicara como opera el algoritmo de ordenamiento nodal.

Como primer paso se debe de crear el **vector repeticiones**, este vector tiene un tamaño de $1 \times \text{número de barras}$, ver figura 9.2. Cada posición del vector repeticiones representa una barra del sistema, y en cada una de las posiciones se encuentra un valor que indica el número de veces que se repite cada barra en el sistema eléctrico.

VECTOR - REPETICIONES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	2	1	2	4	1	1	2	1	1

Figura 9.2. Vector repeticiones.

El número de repeticiones se obtiene sumando cuantas veces se halla ubicada cada barra como envió más cuantas como recibo. Esto se puede observar en la segunda y tercera columna de la base de datos del sistema, que hacen referencia al nodo de envió y de recibo de cada línea del sistema eléctrico.

A continuación se debe de comenzar a ordenar cada una de las líneas del sistema eléctrico en un vector llamado **vector líneas ordenadas**, el tamaño de este vector es de $1 \times \text{número de líneas}$. Este vector se empieza a llenar basándose en el vector repeticiones, de la siguiente forma:

Se debe recorrer el vector repeticiones a partir del nodo slack, para este caso el nodo 1.

Al efectuar este recorrido se debe observar que posiciones de este vector contienen un valor igual a 1. Cuando se recorre el vector repeticiones por primera vez, se puede observar que una posición igual a 1 en este vector, indica que ese nodo corresponde a un nodo terminal de alguna de las ramificaciones del sistema eléctrico. Como se puede observar para el sistema del ejemplo los nodos terminales son el nodo 3, 6, 7, 9 y 10 respectivamente.

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
3	1	4	0,04	0,04	0,015	0,012
4	4	5	0,08	0,11	0,03	0,004
5	5	6	0,11	0,11	0,04	0,027
6	5	7	0,08	0,11	0,05	0,018
7	5	8	0,11	0,11	0,006	-0,005
8	8	9	0,08	0,11	0,045	-0,017
9	1	10	0,11	0,11	0,01	0,009

Tabla 9.1. Base de datos para el sistema de prueba utilizado como ejemplo.

Cualquiera de las líneas para las que el nodo de recibo es alguno de estos nodos terminales puede ocupar la primera posición dentro del vector líneas ordenadas, las demás líneas que llegan a cada uno de los demás nodos terminales deben de ocupar las posiciones siguientes. En conclusión las líneas que llegan a los nodos terminales son las primeras que se deben de ubicar en el vector líneas ordenadas.

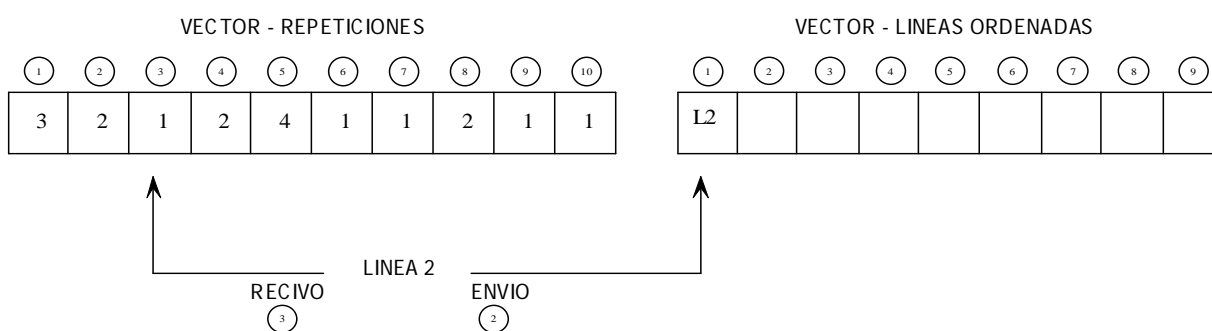


Figura 9.3. Creación del vector líneas ordenadas.

Por facilidad se comienza a recorrer el vector repeticiones en forma ascendente (partiendo del nodo snack), buscando las posiciones que contienen un 1, y ubicando la respectiva línea que llega a dicha barra como la primera en el vector líneas ordenadas. Como se puede observar para el sistema del ejemplo la primera posición que se encuentra con un valor igual a 1 es la posición 3, observando el sistema eléctrico se puede notar que la línea que llega al nodo 3 es la línea 2, y por eso esta línea es la primera que se ubica en el vector líneas ordenadas. Ver figura 9.3.

Cabe notar que como se esta trabajando con sistemas eléctricos de distribución, estos son puramente radiales, y no existe la posibilidad de que se presente un sistema anillado, lo que garantiza que a cada nodo del sistema llegue solamente una línea.

Luego de haber ubicado la primera línea (línea 2 para el ejemplo), se debe de reducir en 1 el valor que se halla ubicado en el vector repeticiones, tanto en la posición de envío como de recibo de la correspondiente línea ubicada (nodos 2 y 3, que son los respectivos nodos de envío y recibo de la línea 2). De esta forma la posición 3 del vector repeticiones toma el valor 0 y la posición 2 toma el valor de 1. Como se puede observar en la figura 9.4.

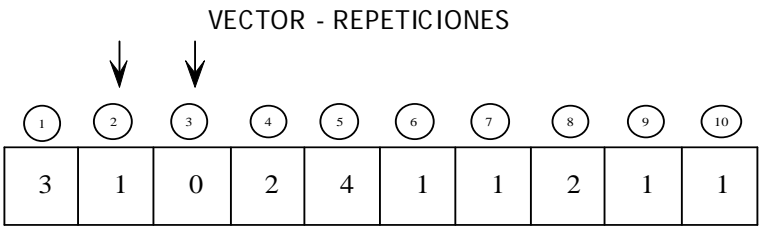


Figura 9.4. Identificación en el vector repeticiones de una línea ordenada.

Al efectuar de nuevo el barrido del vector repeticiones en busca de la posición que contiene el primer 1, se encontrara que la posición 2 del vector repeticiones es la que contiene el primer uno y se ubicara como siguiente línea dentro del vector líneas ordenadas la línea que llega a este nodo. Para el sistema eléctrico de prueba es la línea 1. Ver figura 9.5.

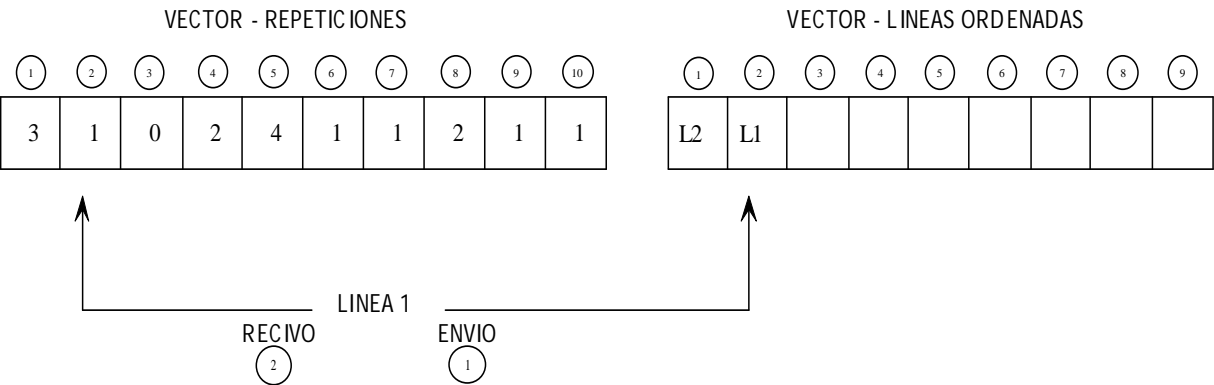


Figura 9.5. Ubicación de una nueva línea en el vector líneas ordenadas.

Se deben de decrementar ahora en 1 los nodos de envío y de recibo respectivos a la línea 1. Para este caso los nodos 1 y 2. Como se puede observar en la figura 9.6.

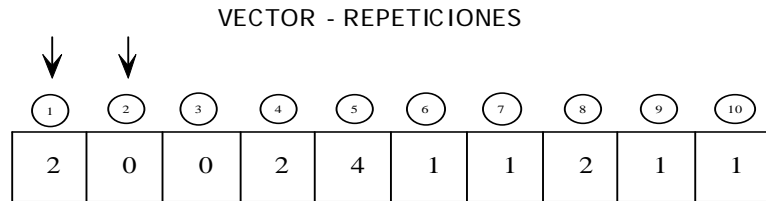


Figura 9.6. Identificación en el vector repeticiones de otra línea ordenada.

Nuevamente el próximo 1 que se hallara al recorrer el vector repeticiones estará en la posición 6 , siendo la próxima línea a ubicar la línea 5 . Ver figura 9.7.

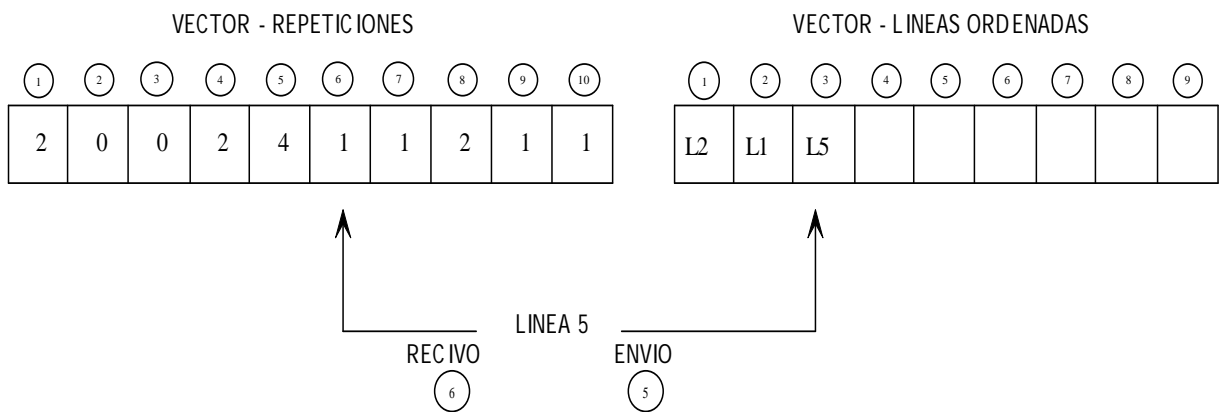


Figura 9.7. Ubicación de una nueva línea en el vector líneas ordenadas.

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
5	5	6	0,11	0,11	0,04	0,027
6	6	7	0,08	0,11	0,05	0,018
8	8	9	0,08	0,11	0,045	-0,017
7	6	8	0,11	0,11	0,006	-0,005
4	4	5	0,08	0,11	0,03	0,004
3	1	4	0,04	0,04	0,015	0,012
9	1	10	0,11	0,11	0,01	0,009

Tabla 9.2. Base de datos reordenada para el sistema de prueba utilizado como ejemplo.

Se debe repetir el proceso descrito anteriormente hasta que cada una de las líneas del sistema eléctrico ocupe una posición dentro del vector líneas ordenadas. Como observa en la figura 9.8.

VECTOR - REPETICIONES										VECTOR - LINEAS ORDENADAS								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L2	L1	L5	L6	L8	L7	L4	L3	L9

Figura 9.8. Estado final del vector repeticiones y del vector líneas ordenadas.

9.1.1.Caso especial

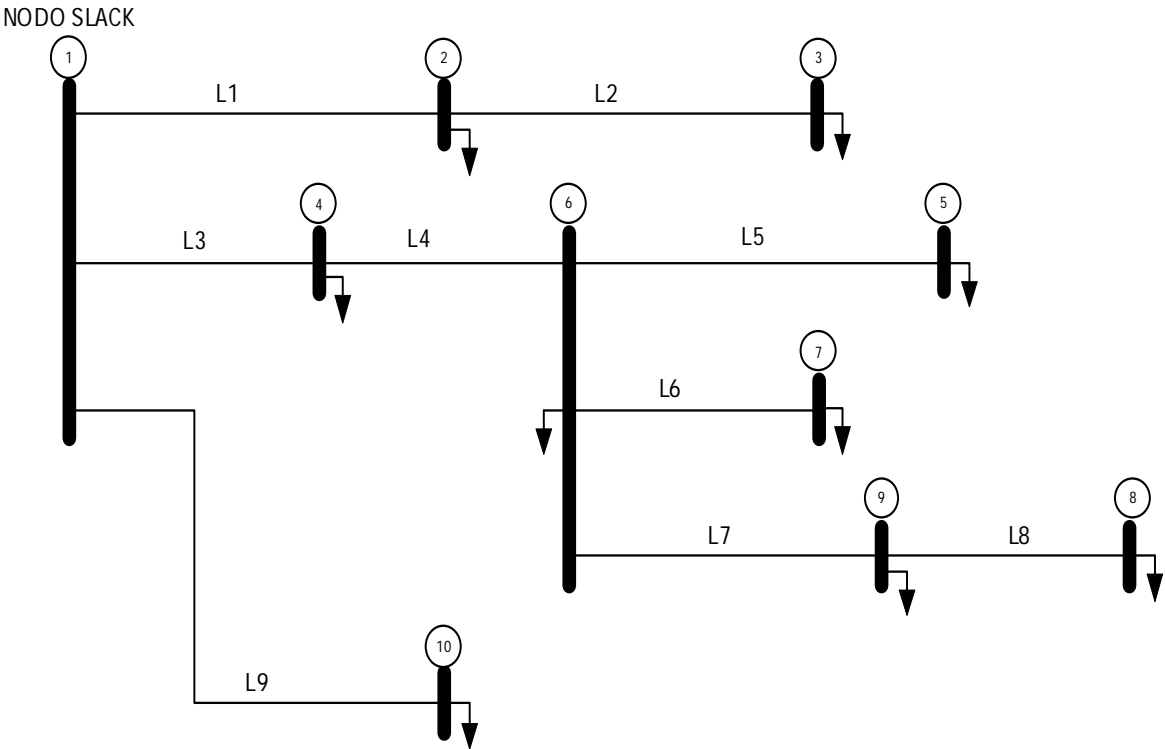


Figura 9.9. Sistema de prueba utilizado como ejemplo (caso especial).

Se presenta un caso especial cuando se tiene un sistema eléctrico ordenado como se observa en la figura 9.9.

Como se puede observar en este caso el nodo 6 se encuentra ubicado antes que el nodo 5, lo mismo ocurre con el nodo 9 que está ubicado antes que el nodo 8. Esto se puede observar con más claridad en la base de datos del sistema eléctrico.

Para este caso el ordenamiento nodal se efectúa exactamente igual al descrito en los pasos anteriores. La única variación que se presenta es que al estar ubicado un nodo de subíndice superior antes que un nodo de subíndice inferior, el vector orden líneas es llenado como se ve en la figura 9.10.

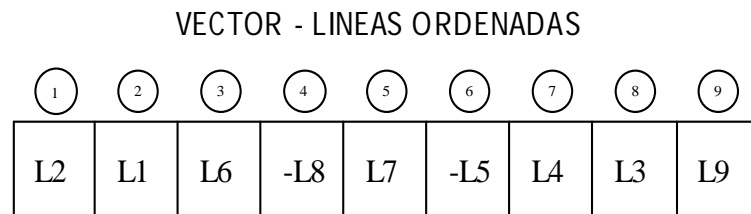


Figura 9.10. Identificación de líneas que presentan sus conexiones invertidas.

Para las líneas a las cuales el subíndice del nodo de envió es mayor que el subíndice del nodo de recibo, se debe de colocar un signo menos, como se observa en la figura 9.10.

Numero	Envío	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
3	1	4	0,04	0,04	0,015	0,012
4	4	5	0,08	0,11	0,03	0,004
5	6	5	0,11	0,11	0,04	0,027
6	6	7	0,08	0,11	0,05	0,018
7	6	8	0,11	0,11	0,006	-0,005
8	9	8	0,08	0,11	0,045	-0,017
9	1	10	0,11	0,11	0,01	0,009

Tabla 9.3. Base de datos para el sistema de prueba (caso especial).

Esto es necesario en el momento de reordenar la base de datos hacer el correspondiente cambio de subíndices entre los nodos de envió y de recibo, ya que el algoritmo de ordenamiento nodal exige que el subíndice del nodo de envió sea menor que el de el nodo de recibo.

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
6	6	7	0,08	0,11	0,05	0,018
8	8	9	0,08	0,11	0,045	-0,017
7	6	8	0,11	0,11	0,006	-0,005
5	5	6	0,11	0,11	0,04	0,027
4	4	5	0,08	0,11	0,03	0,004
3	1	4	0,04	0,04	0,015	0,012
9	1	10	0,11	0,11	0,01	0,009

Tabla 9.4. Base de datos reordenada para el sistema de prueba utilizado como ejemplo (caso especial).

ANEXO 2

En esta sección se presentan los diferentes sistemas de prueba de la literatura especializada, estos sistemas son presentados en su mayoría en artículos de IEEE. Se muestra su correspondiente equivalente monofásico. Los datos están dados en por unidad (pu).

Sistemas radiales convencionales:

- ◆ Sistema de prueba 4 nodos.
- ◆ Sistema de prueba 10 nodos.
- ◆ Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.
- ◆ Sistema de prueba IEEE de 52 nodos.
- ◆ Sistema de prueba IEEE de 135 nodos.

Sistemas radiales conformados por un único alimentador:

- ◆ Sistema de prueba 4 nodos (Un solo alimentador).
- ◆ Sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Un solo alimentador).
- ◆ Sistema de prueba IEEE de 52 nodos (Un solo alimentador).

9.2.1. Sistema de prueba 4 nodos

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
3	2	4	0,04	0,04	0,015	0,012

Tabla 9.5. Sistema de prueba 4 nodos.

9.2.2. Sistema de prueba 10 nodos

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,17435	0,402504	0	0
2	2	3	0,0009871	0,0022736	0,0004778	0,0001901
3	3	4	0,117223	0,27061	0,0004255	0,0001693
4	4	5	0,0522106	0,12052	0,0008702	0,0003462
5	5	6	0,081763	0,188747	0,0031131	0,0012386
6	6	7	0,0857015	0,19784	0,0014887	0,0005923
7	7	8	0,060092	0,13871	0,0023867	0,0009496
8	7	9	0,029799	0,0297521	0,000623	0,0002479
9	9	10	0,273703	0,143971	0,001246	0,0004957

Tabla 9.6. Sistema de prueba 10 nodos.

9.2.3. Sistema de prueba IEEE de 14 nodos

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
3	3	4	0,04	0,04	0,015	0,012
4	2	5	0,08	0,11	0,03	0,004
5	1	6	0,11	0,11	0,04	0,027
6	6	7	0,08	0,11	0,05	0,018
7	7	8	0,11	0,11	0,006	-0,005
8	7	9	0,08	0,11	0,045	-0,017
9	6	10	0,11	0,11	0,01	0,009
10	1	11	0,11	0,11	0,01	0,009
11	11	12	0,09	0,12	0,01	-0,011
12	11	13	0,08	0,11	0,01	0,009
13	13	14	0,04	0,04	0,021	-0,008

Tabla 9.7. Sistema de prueba IEEE de 14 nodos.

9.2.4. Sistema de prueba IEEE de 52 nodos

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
2	2	3	0,0043	0,00185	0,01227273	0,00590909
3	3	4	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
4	4	5	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
5	5	6	0,00086	0,00037	0,00245455	0,00118182
6	6	7	0,00172	0,00074	0,00490909	0,00236364
7	7	8	0,00215	0,000925	0,01227273	0,00590909
8	8	9	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
9	9	10	0,0043	0,00185	0,00609091	0,00290909
10	10	11	0,00129	0,000555	0,00245455	0,00118182
11	11	12	0,00086	0,00037	0,00245455	0,00118182
12	12	13	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
13	13	14	0,00301	0,001295	0,00490909	0,00236364
14	14	15	0,00344	0,00148	0,00854545	0,00409091
15	15	16	0,00129	0,000555	0,00609091	0,003
16	16	17	0,00516	0,00222	0,00609091	0,003
17	17	18	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
18	18	19	0,00344	0,00148	0,00736364	0,00354545
19	19	20	0,00086	0,00037	0,00981818	0,00472727
20	20	21	0,00129	0,000555	0,00854545	0,00418182
21	21	22	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
22	22	23	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
23	23	24	0,00215	0,000925	0,00981818	0,00472727
24	24	25	0,00258	0,00111	0,00927273	0,00454545
25	25	26	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
26	26	27	0,00086	0,00037	0,00981818	0,00472727
27	27	28	0,00129	0,000555	0,01472727	0,00718182
28	28	29	0,00215	0,000925	0,00618182	0,003
29	29	30	0,00344	0,00148	0,00618182	0,003
30	30	31	0,0043	0,00185	0,00863636	0,00418182
31	31	32	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
32	32	33	0,0043	0,00185	0,011	0,00536364
33	33	34	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
34	34	35	0,00301	0,001295	0,00372727	0,00181818
35	35	36	0,00344	0,00148	0,01227273	0,006
36	36	37	0,00215	0,000925	0,00736364	0,00363636
37	37	38	0,00172	0,00074	0,00618182	0,003
38	38	39	0,00215	0,000925	0,00863636	0,00418182
39	39	40	0,00172	0,00074	0,00981818	0,00472727
40	40	41	0,00215	0,000925	0,00372727	0,00181818
41	41	42	0,00258	0,00111	0,00863636	0,00418182
42	42	43	0,00387	0,001665	0,00245455	0,00118182
43	43	44	0,0043	0,00185	0,01109091	0,00536364
44	44	45	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
45	45	46	0,00301	0,001295	0,00736364	0,00354545
46	46	47	0,00215	0,000925	0,00618182	0,003
47	47	48	0,00129	0,000555	0,00372727	0,00181818

48	48	49	0,00129	0,000555	0,00618182	0,003
49	49	50	0,00344	0,00148	0,00736364	0,00354545
50	50	51	0,00129	0,00555	0,00981818	0,00472727
51	51	52	0,00086	0,0037	0,00372727	0,00181818

Tabla 9.8. Sistema de prueba IEEE de 52 nodos.

9.2.5. Sistema de prueba IEEE de 135 nodos

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,17435	0,402504	0	0
2	2	3	0,0009871	0,0022736	0,0004778	0,0001901
3	3	4	0,117223	0,27061	0,0004255	0,0001693
4	4	5	0,0522106	0,12052	0,0008702	0,0003462
5	5	6	0,081763	0,188747	0,0031131	0,0012386
6	6	7	0,0857015	0,19784	0,0014887	0,0005923
7	7	8	0,060092	0,13871	0,0023867	0,0009496
8	7	9	0,029799	0,0297521	0,000623	0,0002479
9	9	10	0,273703	0,143971	0,001246	0,0004957
10	9	11	0,057115	0,057025	0,0014018	0,0005577
11	11	12	0,209	0,10994	0,0011681	0,0004647
12	11	13	0,48174	0,16524	0,002492	0,0009915
13	11	14	0,062082	0,06198	0,0029145	0,0011595
14	14	15	0,26374	0,13873	0,0030372	0,0012084
15	14	16	0,02979	0,029752	0,002154	0,000857
16	16	17	0,15426	0,081148	0,0019859	0,0007901
17	1	18	0,17435	0,4025	0	0
18	18	19	0,0009872	0,00227	0	0
19	19	20	0,11722	0,27061	0	0
20	20	21	0,057136	0,13189	0,0003013	0,0001473
21	21	22	0,37323	0,19632	0,0023097	0,0011292
22	21	23	0,095552	0,22058	0,0006026	0,0002946
23	23	24	0,15924	0,083763	0,0023097	0,0011292
24	23	25	0,012807	0,029563	0,0012051	0,0005892
25	25	26	0,02363	0,054578	0	0
26	26	27	0,0098508	0,022742	0,0005698	0,0002786
27	27	28	0,062082	0,061988	0,0036467	0,0017828
28	28	29	0,012418	0,012397	0	0
29	29	30	0,099527	0,052352	0,0012465	0,0006094
30	30	31	0,209	0,1099	0,0005698	0,0002786
31	29	32	0,029799	0,029752	0	0
32	32	33	0,04976	0,026176	0,0008547	0,0004179
33	33	34	0,2189	0,1151	0	0
34	34	35	0,059714	0,031411	0,0039674	0,0019396
35	32	36	0,039729	0,039671	0	0
36	36	37	0,19407	0,10208	0,0018115	0,0008856
37	37	38	0,13934	0,073293	0,0024217	0,001184
38	36	39	0,029799	0,029752	0,0007532	0,0003682
39	1	40	0,17435	0,402504	0	0

40	40	41	0,062061	0,1432	0,0000125	0,0000053
41	41	42	1,5558	0,5336	0,0000627	0,0000266
42	41	43	0,0009872	0,002273	0	0
43	43	44	0,036447	0,084141	0,0011788	0,0004997
44	44	45	0,4279	0,2251	0,0006267	0,0002657
45	44	46	0,03349	0,077315	0,0017229	0,0007303
46	46	47	0,068956	0,15918	0,0045856	0,0019439
47	47	48	0,0325	0,075042	0,0026296	0,0011147
48	48	49	0,06009	0,13871	0,0023576	0,0009994
49	49	50	0,14899	0,14876	0	0
50	50	51	0,14899	0,14876	0,0010922	0,000463
51	49	52	0,02363	0,05457	0	0
52	52	53	0,013789	0,031836	0,0007281	0,0003087
53	53	54	0,031521	0,07276	0,0025847	0,0010957
54	54	55	0,015763	0,03638	0,0006917	0,0002932
55	55	56	0,010838	0,025015	0,0002184	0,0000926
56	53	57	0,057136	0,13189	0	0
57	57	58	0,13436	0,0706	0,0002053	0,000087
58	58	59	0,21896	0,11517	0,0015055	0,0006382
59	59	60	0,26374	0,13873	0,0022069	0,0009355
60	60	61	0,17417	0,091619	0,0009238	0,0003916
61	61	62	0,10947	0,05758	0	0
62	48	63	0,07289	0,16827	0,0022669	0,000961
63	1	64	0,003938	0,009094	0	0
64	64	65	0,14185	0,32746	0,0029402	0,0011697
65	65	66	0,2009	0,4639	0,0008302	0,0003303
66	66	67	0,17337	0,4002	0,0008302	0,0003303
67	67	68	0,17239	0,39795	0,0010377	0,0004129
68	68	69	0,08964	0,20693	0,0017641	0,0007018
69	69	70	0,2936	0,15444	0,0008302	0,0003303
70	69	71	0,03053	0,07049	0,0021792	0,000867
71	71	72	0,36825	0,1937	0,0002329	0,0000927
72	72	73	0,53745	0,2827	0,0000508	0,0000202
73	71	74	0,0354	0,081868	0,0007264	0,000289
74	74	75	0,69498	0,23837	0,0040599	0,0016152
75	1	76	0,0059126	0,01364	0	0
76	76	77	0,38319	0,8846	0,0010018	0,0004247
77	77	78	0,1182	0,27288	0,0014252	0,0006042
78	78	79	0,1093	0,2524	0,0009604	0,0004071
79	79	80	0,024627	0,05685	0,0030045	0,0012737
80	80	81	0,32529	0,32481	0,0014124	0,0005987
81	81	82	0,17879	0,17852	0,0027985	0,0011863
82	82	83	0,29858	0,15706	0,0008731	0,0003701
83	82	84	0,05711	0,05702	0,0024385	0,0010337
84	84	85	0,29858	0,15706	0,0024775	0,0010503
85	1	86	0,0059126	0,01364	0	0
86	86	87	0,21967	0,50711	0,0008988	0,000381
87	87	88	0,05513	0,07162	0,0113728	0,0048211
88	87	89	0,2305	0,53212	0,0045834	0,001943
89	89	90	0,03948	0,01354	0,003852	0,0016329
90	90	91	0,04039	0,09323	0	0

91	91	92	0,17435	0,4025	0,0007961	0,0003375
92	92	93	0,04432	0,10233	0,0008731	0,0003701
93	93	94	0,06994	0,16145	0	0
94	94	95	0,15395	0,15372	0,00074	0,0003137
95	95	96	0,11422	0,11405	0,0023205	0,0009837
96	96	97	0,13905	0,13885	0,0014182	0,0006012
97	94	98	0,05417	0,12507	0	0
98	98	99	0,070925	0,16373	0,0007645	0,0003241
99	1	100	0,004925	0,01136	0	0
100	100	101	0,088657	0,20466	0,0005132	0,0002176
101	101	102	0,06206	0,14326	0,0005987	0,0002538
102	102	103	1,2004	0,4117	0,0000907	0,0000384
103	102	104	0,23937	0,55259	0,0000209	0,0000089
104	104	105	0,36546	0,84367	0,0001674	0,0000709
105	105	106	0,24035	0,55486	0,0150652	0,0063863
106	106	107	0,10658	0,13848	0,0031302	0,0013269
107	107	108	0,11209	0,14564	0,0007983	0,0003384
108	108	109	0,28863	0,15182	0,0005132	0,0002176
109	109	110	0,28365	0,1492	0	0
110	108	111	0,02389	0,031038	0,0020244	0,0008582
111	111	112	0,24881	0,13088	0,0006082	0,0002578
112	112	113	0,45285	0,2382	0,0004562	0,0001934
113	113	114	0,29858	0,15706	0	0
114	109	115	0,40806	0,21465	0,0015707	0,0006658
115	115	116	0,5673	0,29841	0	0
116	110	117	0,57725	0,303649	0,0025015	0,0010604
117	117	118	0,24881	0,13088	0	0
118	105	119	0,16943	0,39113	0,0006981	0,0002959
119	119	120	0,07683	0,17737	0,0003207	0,000136
120	120	121	0,06501	0,15008	0,0006108	0,0002589
121	1	122	0,005912	0,01364	0	0
122	122	123	0,34084	0,78681	0,0009462	0,0004626
123	123	124	0,02363	0,054578	0,0004986	0,0002438
124	124	125	0,27641	0,094812	0,0012316	0,0006021
125	124	126	0,010838	0,025015	0,0007835	0,000383
126	126	127	0,27867	0,14659	0,0014548	0,0007112
127	126	128	0,051223	0,11825	0,0002137	0,0001045
128	128	129	0,062061	0,14326	0,0007479	0,0003656
129	128	130	0,072894	0,16827	0,0022793	0,0011143
130	130	131	0,022658	0,052305	0,0003561	0,0001741
131	131	132	0,04826	0,1114	0,002493	0,0012188
132	132	133	0,084719	0,19556	0,0031672	0,0015484
133	133	134	0,19865	0,19835	0,0033382	0,001632
134	134	135	0,20859	0,20827	0,002493	0,0012188
135	135	136	0,15395	0,15372	0	0

Tabla 9.9. Sistema de prueba IEEE de 135 nodos.

9.2.6. Sistema de prueba 4 nodos (Un solo alimentador):

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,075	0,1	0,02	0,016
2	2	3	0,09	0,18	0,02	-0,004
3	3	4	0,04	0,04	0,015	0,012

Tabla 9.10. Sistema de prueba 4 nodos (Un solo alimentador).

9.2.7. Sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Un solo alimentador):

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,0075	0,01	0,02	0,016
2	2	3	0,009	0,018	0,02	-0,004
3	3	4	0,004	0,004	0,015	0,012
4	4	5	0,008	0,011	0,03	0,004
5	5	6	0,011	0,011	0,04	0,027
6	6	7	0,008	0,011	0,05	0,018
7	7	8	0,011	0,011	0,006	-0,005
8	8	9	0,008	0,011	0,045	-0,017
9	9	10	0,011	0,011	0,01	0,009
10	10	11	0,011	0,011	0,01	0,009
11	11	12	0,009	0,012	0,01	-0,011
12	12	13	0,008	0,011	0,01	0,009
13	13	14	0,004	0,004	0,021	-0,008

Tabla 9.11. Sistema de prueba IEEE de 14 nodos (Un solo alimentador).

9.2.8. Sistema de prueba IEEE de 52 nodos (Un solo alimentador):

Numero	Envió	Recibo	R [pu]	X [pu]	P [pu]	Q [pu]
1	1	2	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
2	2	3	0,0043	0,00185	0,01227273	0,00590909
3	3	4	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
4	4	5	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
5	5	6	0,00086	0,00037	0,00245455	0,00118182
6	6	7	0,00172	0,00074	0,00490909	0,00236364
7	7	8	0,00215	0,000925	0,01227273	0,00590909
8	8	9	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
9	9	10	0,0043	0,00185	0,00609091	0,00290909
10	10	11	0,00129	0,000555	0,00245455	0,00118182
11	11	12	0,00086	0,00037	0,00245455	0,00118182
12	12	13	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
13	13	14	0,00301	0,001295	0,00490909	0,00236364
14	14	15	0,00344	0,00148	0,00854545	0,00409091
15	15	16	0,00129	0,000555	0,00609091	0,003

16	16	17	0,00516	0,00222	0,00609091	0,003
17	17	18	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
18	18	19	0,00344	0,00148	0,00736364	0,00354545
19	19	20	0,00086	0,00037	0,00981818	0,00472727
20	20	21	0,00129	0,000555	0,00854545	0,00418182
21	21	22	0,00258	0,00111	0,00736364	0,00354545
22	22	23	0,0043	0,00185	0,00981818	0,00472727
23	23	24	0,00215	0,000925	0,00981818	0,00472727
24	24	25	0,00258	0,00111	0,00927273	0,00454545
25	25	26	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
26	26	27	0,00086	0,00037	0,00981818	0,00472727
27	27	28	0,00129	0,000555	0,01472727	0,00718182
28	28	29	0,00215	0,000925	0,00618182	0,003
29	29	30	0,00344	0,00148	0,00618182	0,003
30	30	31	0,0043	0,00185	0,00863636	0,00418182
31	31	32	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
32	32	33	0,0043	0,00185	0,011	0,00536364
33	33	34	0,00344	0,00148	0,00372727	0,00181818
34	34	35	0,00301	0,001295	0,00372727	0,00181818
35	35	36	0,00344	0,00148	0,01227273	0,006
36	36	37	0,00215	0,000925	0,00736364	0,00363636
37	37	38	0,00172	0,00074	0,00618182	0,003
38	38	39	0,00215	0,000925	0,00863636	0,00418182
39	39	40	0,00172	0,00074	0,00981818	0,00472727
40	40	41	0,00215	0,000925	0,00372727	0,00181818
41	41	42	0,00258	0,00111	0,00863636	0,00418182
42	42	43	0,00387	0,001665	0,00245455	0,00118182
43	43	44	0,0043	0,00185	0,01109091	0,00536364
44	44	45	0,00129	0,000555	0,00981818	0,00472727
45	45	46	0,00301	0,001295	0,00736364	0,00354545
46	46	47	0,00215	0,000925	0,00618182	0,003
47	47	48	0,00129	0,000555	0,00372727	0,00181818
48	48	49	0,00129	0,000555	0,00618182	0,003
49	49	50	0,00344	0,00148	0,00736364	0,00354545
50	50	51	0,00129	0,00555	0,00981818	0,00472727
51	51	52	0,00086	0,0037	0,00372727	0,00181818

Tabla 9.12. Sistema de prueba IEEE de 52 nodos (Un solo alimentador).